

広島大学工学部 正員 佐藤 誠

1. はじめに

最近の耐震工学の発展により、従来より合理的な根拠をもって、たとえ道路橋示方書、耐震編⁽¹⁾(昭55年5月)など新しい耐震設計基準がまとめられる方向にある。しかし多層地盤に対しての地震時挙動については、その多くが地表に垂直な変位成分を生じない場合のものであり、地震の重要な成分であるSV波が任意の角度で入射する場合のように、水平動のみならず上下動を含む応答解析例は少ない⁽²⁾。ここでは Haskell⁽³⁾あるいは Brekhovskikh⁽⁴⁾が用いたように、層境界の粒子速度と応力成分とその層の物質特性と入射SV波の入射角および調和振動数とで定まる伝達行列を用いて関係づけ、一般的な多層問題の応答解析を行ない、文献(1)の地盤例について、水平動および上下動についての固有周期と応答倍率の検討を行った。

2. 解析方法

図-1に示すような平行多層地盤を考え、境界(1)を地表とし、 $n+1$ 層を基盤とする。このとき n 層をはさむ境界 $(l-1)$ と (l) における粒子速度 v_x, v_z と応力成分 σ_z, τ_{xz} の関係は、波動方程式を満足するポテンシャルを媒介変数とし、調和項を省くと以下のよう書ける。

$$\begin{Bmatrix} v_x^{(l)} \\ v_z^{(l)} \\ \sigma_z^{(l)} \\ \tau_{xz}^{(l)} \end{Bmatrix} = [A]_l \begin{Bmatrix} v_x^{(l-1)} \\ v_z^{(l-1)} \\ \sigma_z^{(l-1)} \\ \tau_{xz}^{(l-1)} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

(1)の係数行列の要素 A_{ij} は n 層の値に添字 l を付けると、

$$\begin{aligned} A_{11} &= 2\sin^2\theta_e \cos P_e + \cos 2\theta_e \cos Q_e, \\ A_{12} &= i(\tan\theta_e \cos 2\theta_e \sin P_e - \sin 2\theta_e \sin Q_e), \\ A_{13} &= \sin\theta_e (\cos Q_e - \cos P_e)/Z_e, \quad A_{14} = -i(\tan\theta_e \sin\theta_e \sin P_e + \cos\theta_e \sin Q_e)/Z_e, \\ A_{21} &= i\{\sin 2\theta_e \sin P_e / \tau_e - \cos 2\theta_e \tan\theta_e \sin Q_e\}, \end{aligned}$$

$$A_{22} = \cos 2\theta_e \cos P_e + 2\sin^2\theta_e \cos Q_e, \quad A_{23} = -i(\cos Q_e \sin P_e + \tan\theta_e \sin Q_e \sin\theta_e)/Y_e, \quad A_{24} = A_{13},$$

$$A_{31} = 2Z_e \sin\theta_e \cos 2\theta_e (\cos Q_e - \cos P_e), \quad A_{32} = -iZ_e\{\tau_e \cos^2 2\theta_e \sin P_e / \cos\theta_e + 2\sin 2\theta_e \sin\theta_e \sin Q_e\}, \quad A_{33} = A_{22}, \quad A_{34} = A_{12},$$

$$A_{41} = -iZ_e\{4\cos\theta_e \sin^2\theta_e \sin P_e / \tau_e + (\cos^2 2\theta_e \sin Q_e / \cos\theta_e)\}, \quad A_{42} = A_{31}, \quad A_{43} = A_{21}, \quad A_{44} = A_{11}$$

であり、 $P_e = \omega d_e \cos\theta_e / C_{le}$, $Q_e = \omega d_e \cos\theta_e / C_{te}$, $\tau_e = C_{le} / C_{te}$, $Z_e = \rho_e C_{te}$, $Y_e = \rho_e C_{le}$ である。また ρ_e は密度、 C_{le} , C_{te} はそれぞれ縦波と横波の速度、 θ_e , θ_e は縦波、横波の Snell の法則と満足する入射、反射角、 ω は基盤へ入射する波の円振動数である。さらに $[A]$ は各層毎に縦波、横波の入射、反射角が臨界角を越えるかどうかの判定を行ない、越える場合には θ ある ω は i を複素数として双曲線関数を導入するようになる。

次に各境界の境界条件を考慮し、境界(1)と (n) の各成分を $\{f^{(1)}\}$, $\{f^{(n)}\}$ で代表すると以下のよう書ける。

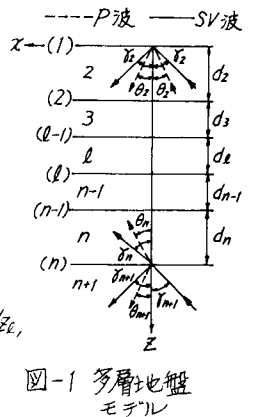
$$\{f^{(n)}\} = [A]_n [A]_{n-1} \cdots [A_2] \{f^{(1)}\} = [A] \{f^{(1)}\} \quad (2)$$

$[A]$ の要素 A_{ij} は複素数ではあるが、層数に無関係に常に4行4列であり簡潔である。いま境界(1)が自由面であり、基盤の層厚が無量大であるとき、 n 層内の z の正、負方向に伝播するポテンシャルを縦波および横波に対してそれぞれ、 ϕ_e' , ϕ_e'' , および ψ_e' , ψ_e'' と書くと(2)は(3)のよう表わされる。

$$\begin{Bmatrix} \phi_{n+1}' \\ \phi_{n+1}'' \\ \psi_{n+1}' \\ \psi_{n+1}'' \end{Bmatrix} = [B_{ij}]^{-1} [C] \begin{Bmatrix} \phi_{n+1}' \\ \phi_{n+1}'' \\ \psi_{n+1}' \\ \psi_{n+1}'' \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} B_{11} &= -\sin\delta_{n+1}/C_{Tn+1}, \quad B_{12} = \cos\delta_{n+1}/C_{Tn+1}, \quad B_{21} = -B_{12}, \quad B_{22} = B_{11}, \\ B_{31} &= \rho_{n+1} \cos 2\delta_{n+1}, \quad B_{32} = \rho_{n+1} \sin 2\delta_{n+1}, \quad B_{41} = \rho_{n+1} \sin 2\theta_{n+1}/C_{Tn+1}^2, \\ B_{42} &= -B_{31}, \quad B_{m3} = -MA_{m1}, \quad B_{m4} = NA_{m2} \quad (m=1, \dots, 4), \\ C_{11} &= -B_{11}, \quad C_{21} = B_{21}, \quad C_{31} = -B_{31}, \quad C_{41} = B_{41}, \quad C_{12} = B_{12}, \quad C_{22} = -B_{11}, \quad C_{32} = B_{32}, \\ C_{42} &= -B_{42}, \quad M = (\cos\theta_2 + \sin\theta_2 \tan 2\theta_2)/C_{T2}, \quad N = \{\sin\theta_2 + (\cos 2\theta_2 / 2\sin\theta_2)\}/C_{T2} \text{ である。} \end{aligned}$$

右辺は縦波入射および横波入射に対してそれぞれ ϕ_{n+1}' および ψ_{n+1}' のみとなる。(3)から右辺のポテンシャルを基準として左辺が求められると、たとえSV波入射に対して入射波の振幅は $\bar{v}^{(w)} = i\omega \phi_{n+1}' / C_{Tn+1}$ であ



り、一方地表では $v_2^{(1)} = -i\omega M(\psi_2' - \psi_2'')$, $v_2^{(2)} = i\omega N(\psi_2' + \psi_2'')$ であるから容易に各成分の応答倍率が求まる。さらに(2)を用いて各境界の成分 $\{f^{(k)}\}$, $(k=2n-1)$ が求まる。

3. 解析結果と考察

表1に解析に用いた地盤の層性値を示す。SV波の基底への入射角を γ_0 とし、 $\gamma_0=0^\circ$ の場合の応答倍率 $|n|$ を横軸として図-1に示す。図-1の $|n|$ が部分的ピークとなる周期 T_0 と文獻(1)で定義された地盤の特性値 T_0 との関係を表-2に示す。固有周期は T_0 を基にしたものと比較し、重複反射の効果が含まれてゐる本解析結果は良く一致する場合が多い。しかし1次固有周期は必ずしも卓越周期ではなく、むしろ高次固有周期で現われることが多

い。図-2,3に基底面または他の境界で縦波が臨界を越える直前、直後の面に對する水平、垂直方向の応答倍率をそれぞれ $|n_x|$, $|n_z|$ として示した。図-4は基底と平均化した表層のみの2層地盤モデルに對する結果である。これらから弾性地盤モデルに限れば以下のことが考察される。

- 1) 水平動に關し、固有周期は垂直入射時とほぼ同じであるが卓越周期は高次周期にあることが多く、2層モデルでは得られない。
- 2) 垂直動に關し、臨界角を越える境界のあるとき、大きな応答倍率が2次固有周期より短い周期に存在する。
- 3) 垂直動の大きな応答倍率を持つ周期は一般に水平動の応答倍率は減少するが、両者が比較的大きく共存する場合もある。

1) 日本道路協会: 道路橋梁設計解説, V 雨震設計編, 昭55年5月, 2) 金子・渡辺: 土木学会論文報告集, 第249号, pp.1216, 1979年9月.

3) Haskell: Bull. Seism. Amer. Vol.43, pp.17~34, 1953. 4) Brekhovskikh: Waves in Layered Media, Academic, pp.61~79, 1960.

Table 1 Material Properties and Thickness of Layers

Location & T_0 (s)	C_T (m/s)	ρ (t/m ³)	d (m)	ν	Location & T_0 (s)	C_T (m/s)	ρ (t/m ³)	d (m)	ν
L2) 0.10	333.3	2.1	2.7	0.45	L9) 0.43	118.7	1.9	3.1	0.45
	321.5	2.1	2.3	$G=3420$		200.5	1.9	3.3	$\bar{C}_T = 242.8$
	398.8	2.1	3.7	$F=12.6$		316.8	2.1	5.9	$\bar{\rho} = 1.95$
	500	2.1	∞	0.40		328.0	2.1	2.3	$\bar{\nu} = 0.40$
L4) 0.12	165.6	1.4	2.1	0.45	L11) 0.44	267.4	1.8	0.8	0.45
	207.5	1.9	3.4	$G=2233$		314.0	2.1	3.0	$\bar{C}_T = 116.9$
	295.3	2.1	1.2	$F=11.2$		269.2	1.8	7.7	$\bar{\rho} = 1.57$
	500	2.1	∞	0.40		500	2.1	∞	0.40
L6) 0.30	150.4	1.4	2.8	0.45	L16) 1.17	164.5	1.4	8.2	0.45
	205.5	1.9	3.2	$\bar{C}_T = 233.3$		182.0	1.4	6.1	$G=2064$
	360.1	1.4	1.4	$\bar{\rho} = 2.1$		316.1	2.1	8.4	$F=11.2$
	318.5	2.1	4.5	$\bar{\nu} = 0.40$		500	2.1	∞	0.40
L8) 0.21	288.9	2.1	1.1	0.45	L16) 1.17	70.0	1.2	4.3	0.45
	282.0	1.8	3.3	$\bar{C}_T = 116.9$		170.0	1.7	2.9	$\bar{\rho} = 1.57$
	500	2.1	∞	0.40		70.0	1.2	3.2	$\bar{\nu} = 0.40$
	157.7	1.4	3.9	0.45		100.0	1.6	8.0	$\bar{C}_T = 116.9$
L8) 0.21	160.2	1.9	2.8	$G=2064$	L16) 1.17	170.0	1.7	11.2	$F=11.2$
	196.8	1.9	1.8	$F=11.2$		200.0	1.7	4.6	$\bar{\rho} = 1.57$
	500	2.1	∞	0.40		620	2.1	∞	0.40

ν, Δ and ν, Δ are show that the angles of reflected and transmitted P waves are greater than the critical angle on the boundary when $\gamma_0=25^\circ$ and $\gamma_0=30^\circ$ respectively ($\gamma_0=23^\circ$ and $\gamma_0=25^\circ$ with respect to L2)).

Table 2 Peak Periods and Dynamic Magnification Factor

Location	T_0 (s)	T_1 (s)	T_0/T_1	T_2 ($T_0/3$)	T_3 ($T_0/5$)	T_4 ($T_0/7$)	$ n _0$	$ n _1$
L2)	0.10	0.09	1.09	0.031 (0.033)	0.020 (0.020)	0.013 (0.014)	2.8	2.9
L4)	0.12	0.10	1.20	0.040 (0.040)	0.026 (0.024)	0.017 (0.017)	6.7	6.2
L6)	0.30	0.22	1.36	0.116 (0.100)	0.064 (0.060)	0.044 (0.043)	4.9	5.3
L8)	0.21	0.18	1.17	0.069 (0.070)	0.039 (0.042)	0.031 (0.030)	7.4	7.6
L9)	0.43	0.40	1.08	0.145 (0.143)	0.087 (0.086)	0.062 (0.061)	4.4	4.0
L11)	0.44	0.37	1.19	0.120 (0.147)	0.066 (0.088)	0.048 (0.063)	6.1	8.3
L16)	1.17	1.024	1.14	0.380 (0.390)	0.240 (0.234)	0.186 (0.167)	14.2	11.4

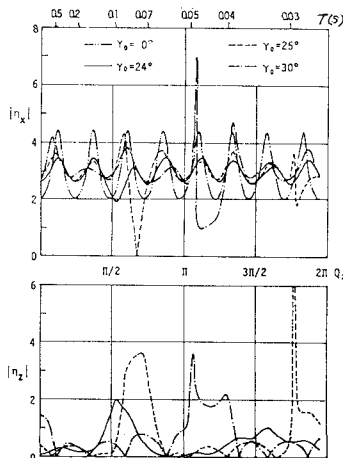


Fig. 4 Dynamic magnification factor $|n_x|$, $|n_z|$ at the surface of two layer model of L9)

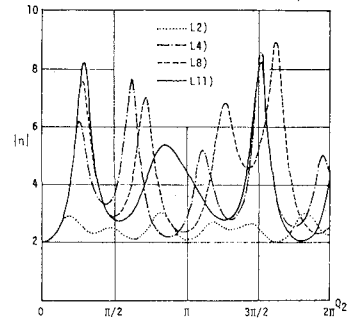


Fig. 1 Dynamic Magnification Factor $|n|$

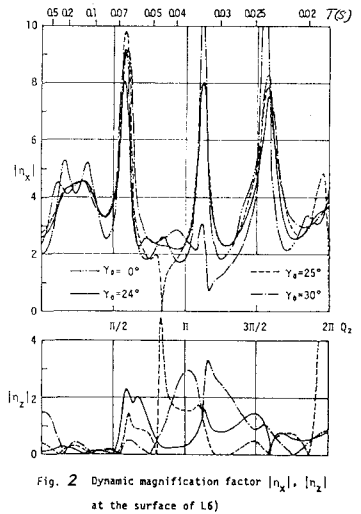


Fig. 2 Dynamic magnification factor $|n_x|$, $|n_z|$ at the surface of L6)

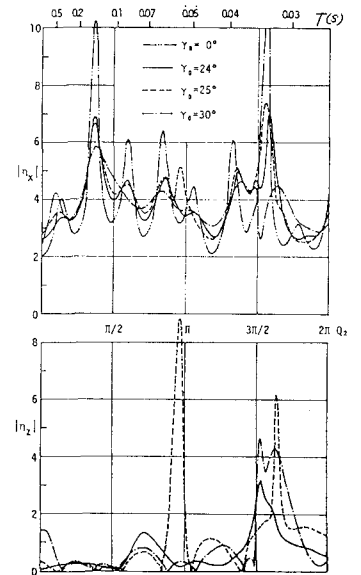


Fig. 3 Dynamic magnification factor $|n_x|$, $|n_z|$ at the surface of L9).