

長崎大学工学部 正員 〇高橋和雄

川田工業(株)

藤本一人

鉄道建設公団

戸田和之

1. 緒言 ケーブルの動特性を明らかにするためには、幾何学的非線形を考慮した取扱いが不可欠であるが、ケーブルの非線形振動挙動に関する研究は着手された段階にあり、未解決の問題が数多く残されている。そこで本研究は山口¹⁾によって誘導された連続体としての非線形運動方程式を著者がはりおよび薄板の非線形振動の解析に用いた手法²⁾を用いて解析するものである。本研究ではまず面内非線形振動を各種のパラメーターのもとに解析するものである。

2. 運動方程式及び解法 図-1に示すようなケーブルの面内振動の運動方程式は次のように与えられる³⁾。

$$L_1(u, v) = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(C_0 \frac{1}{x_e} + C_1 x_e^2 \right) \frac{\partial u}{\partial x} + C_2 x_e^2 \frac{\partial v}{\partial x} \right\} - C_1^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[x_e' \frac{\partial u}{\partial x} + y_e' \frac{\partial v}{\partial x} \right] \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \left(x_e' + \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{P_0 \cos \Omega t}{\rho_0} = 0 \quad (1)$$

$$L_2(u, v) = \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(C_0 \frac{1}{x_e} + C_1 x_e^2 \right) \frac{\partial v}{\partial x} + C_2 x_e^2 y_e' \frac{\partial u}{\partial x} \right\} - C_1^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[x_e' \frac{\partial u}{\partial x} + y_e' \frac{\partial v}{\partial x} \right] \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \left(y_e' + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{P_0 \sin \Omega t}{\rho_0} = 0 \quad (2)$$

ここに、 u, v : ケーブルの面内水平変位、鉛直変位、 t : 時間、 x_e : ケーブルの初期形状に沿う曲線座標、 C_0, C_1 : ケーブルの横波、縦波伝播速度、 P_0 : 荷重強度、 Ω : 外力の円振動数、 $\{x_e, y_e, 0\}$: ケーブルの初期形状、また、図-1において、 θ : ケーブルの傾斜角、 γ : ケーブルサグ

式(1)、(2)の解を次のように変数分離形に仮定する。

$$U = \sum_{i=1}^{\infty} P_i(t) U_i(x_e), \quad V = \sum_{i=1}^{\infty} P_i(t) V_i(x_e) \quad (3)$$

ここに、 $U_i = \sum_{n=1}^{\infty} P_{in} \sin \frac{n\pi x_e}{L}$, $V_i = \sum_{n=1}^{\infty} P_{in} \sin \frac{n\pi x_e}{L}$: 面内線形振動の第*i*次振動形、 L : 初期ケーブル長

式(3)を式(1)、(2)に代入して Galerkin法を適用すれば、 P_n について次の連立非線形常微分方程式がえられる。

$$M_n \ddot{P}_n + \sum_{i=1}^{\infty} R_{in} \dot{P}_i + R_{in}^2 \sum_{i=1}^{\infty} R_{ijn} P_i P_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R_{ijle} P_i P_j P_k = P_n \cos \Omega t \quad (4)$$

ここに、 $R_{in} = C_0/L$: ケーブルの縦波-横波伝播速度比

$$\text{式(4)の解を次のように Fourier 級数に仮定する。} \quad P_n = \sum_{m=1}^{\infty} a_m^m \cos m\Omega t \quad (5)$$

式(5)を式(4)に代入して調和バランス法を適用すれば次式を得る。

$$-m_n^2 m^2 a_m^m + \sum_{i=1}^{\infty} R_{in}^2 a_m^i + R_{in}^2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R_{ijn} f_{ij}^m + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} R_{ijle} f_{ijk}^m = P_n \delta_{in} \quad (6)$$

ここに、 f_{ij}^m, f_{ijk}^m : a_i^m, a_j^m の関数

上式の解は Newton-Raphson法の繰り返し計算を用いて与えることができる。

3. 解析結果 (1) 非線形自由振動 図-2は水平ケーブルの $k=30$ の場合の非線形自由振動数比 ω と振幅 A (ケーブル中央点の $t=0$ の変位/ L) との関係

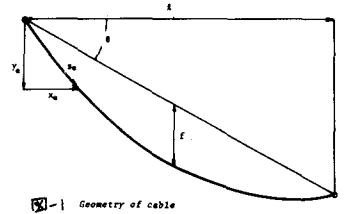


図-1 Geometry of cable

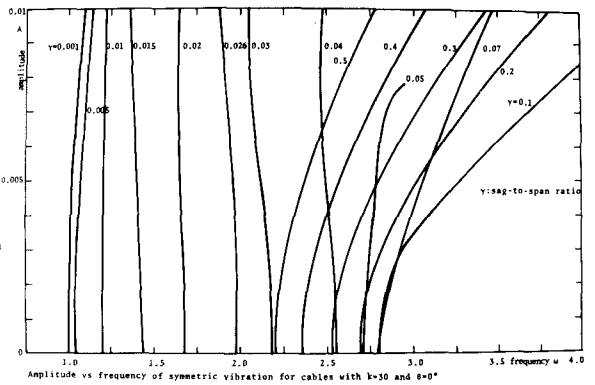
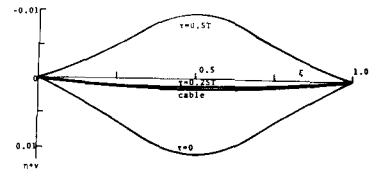
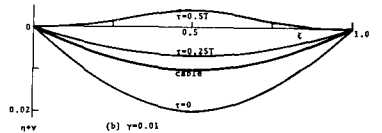


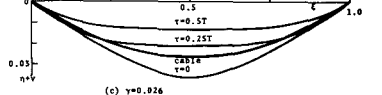
図-2



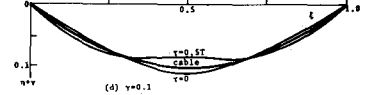
(a) Sag-to-span ratio $\gamma=0.001$



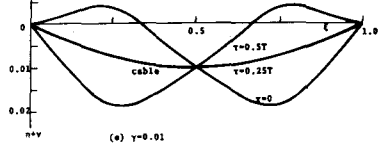
(b) $\gamma=0.01$



(c) $\gamma=0.026$



(d) $\gamma=0.1$



(e) $\gamma=0.1$

Deformed shapes of nonlinear free vibrations for cables with $k=30$ and $a=0^\circ$

図-3

係をサグ比 γ をパラメータにプロットしたものである。サグ比が小さく弦に近い場合や振動形が遷移した後のサグ比($\gamma > 0.05$)が大きい場合でほり次の非線形項を加え配向硬化バネ特性を示す。振動形の遷移領域($0.015 < \gamma < 0.04$)では2次の非線

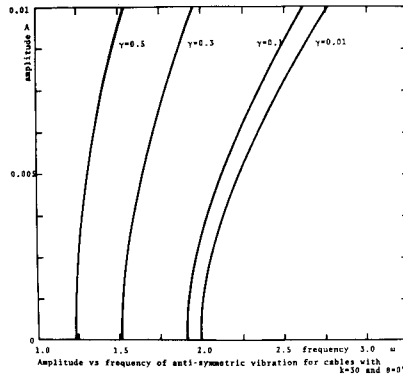


図-4

形項を加え配向硬化バネ特性を示す。本例についてケーブルの初期形状 y_0 と鉛直変位 w の時間的変動を合成すれば、図-5に示すとおりである。

図-4は水平ケーブルの逆対称振

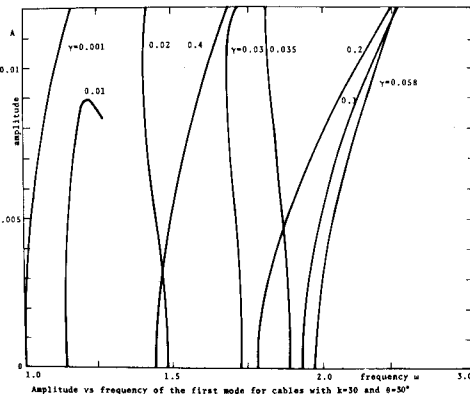


図-6

動の振動数 ω と振幅 A との関係をプロットしたものであるが、サグ比と無関係に硬化バネ特性を示す。図-5はサグ比 $\gamma=0.1$ の対称・逆対称振動に及ぼす伝播速度比 s の影響を示したものである。

s の増大とともに非線形性が大きくなる。

図-6、7はケーブルの非線形振動に及ぼす傾斜角 θ の影響を示したものである。サグ比が小さい領域では水平ケーブルの対称振動に、サグ比が大きい領域では水平ケーブルの逆対称振動に対応するものである。傾斜角の増大とともに非線形性が減小する。

(2) 非線形強制振動 図-8、9は水平ケーブル($k=30, \gamma=0.1$)の対称および逆対称加振の最低次の固有振動数近傍の応答曲線がある。図中の実線は荷重と同位相と応答、点線は逆位相の応答を表わす。対称加振の場合には3次の非線形項の他に2次の非線形項の影響が効いてくるために、偶数次の高調波共振が生じている。

参考文献 1) 山口ら: 土木学会論文報告集, 第286号, 1979, 2) 高橋ら: 土木学会論文報告集, 第293号, 1980,

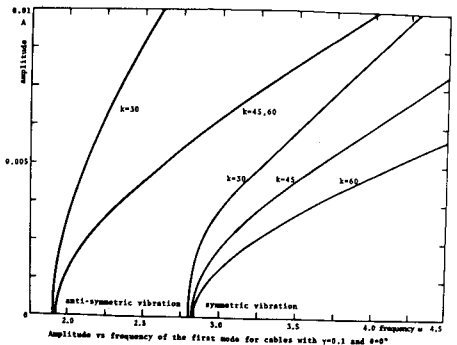


図-5

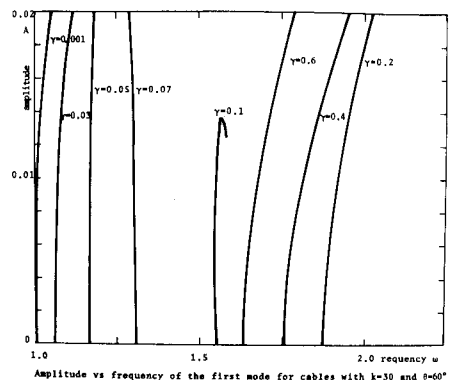


図-7

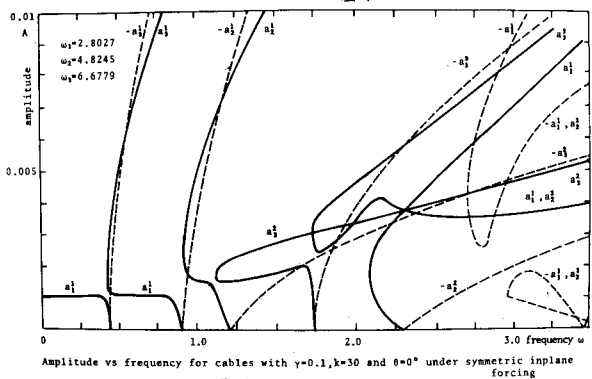


図-8

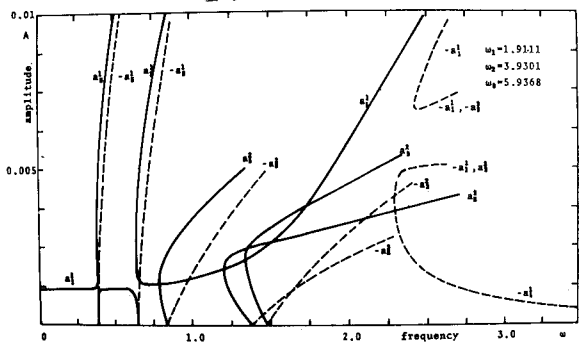


図-9