

長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏
日立造船 正員 山口 実浩
株木建設 正員 河野 勇

1. はじめに 走行車両による橋梁の振動は不規則路面凹凸に起因することが指摘されて以来、不規則振動論の観点から種々の形式の橋梁に対する解析がなされてきた。これらの研究の多くは、単一走行車両を対象としたものであるが、実際の橋梁では、しばしば数台の車両が連行して走行することが観測される。本研究は、連行車両列による橋梁の不規則応答解析の手法を提案し、荷重が連行車両列となる場合に生ずる固有な現象について考察したものである。この問題については、すでに彦坂等の報告があるが、著者等は車両、路面凹凸および橋梁の運動方程式を伊藤形の確率微分方程式で表現し、応答の分散・共分散を支配する一般的な微分方程式を誘導した。また、最大R.M.S. (root mean square) 応答を推定する方法として、定常応答理論による解法を示した。

2. 橋梁-車両系の運動方程式と路面凹凸のモデル化 図-1で示した不規則路面凹凸を有する橋梁上を、1自由度系でモデル化された n 台の車両が一定速度 v で走行する。橋梁の x 点の動的たわみは、基準関数 $z_m(x)$ と基準座標 $g_m(t)$ を用いて $y(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(x) g_m(t)$ -----(1) で与えられる。基準座標は $\ddot{g}_m(t) + 2h_m\omega_m\dot{g}_m(t) + \omega_m^2 g_m(t) = \sum_{i=1}^n p_i(t) \phi_m(x_i(t-t_i)) u(t-t_i)/M_m$ -----(2) となる。ここに、 h_m, ω_m, M_m および p_i は、減衰定数、固有振動数、換算質量、 i 台目の車両の接地力である。なお、 $u(t)$ は単位階段関数である。 i 台目の車両の運動方程式は、次式で与えられる。 $m_i \ddot{z}_i(t) + c_i(\dot{z}_i(t) - \dot{y}(x_i(t-t_i), t)) - r(t-t_i) + k_i(z_i(t) - y(x_i(t-t_i), t)) - r(t-t_i) = 0$ -----(3) ここに、 m_i, c_i, k_i および $r(t)$ は、 i 台目の車両質量、減衰係数、ばね定数および路面凹凸関数を示している。また、 t_i および $x_i(t)$ は、 i 台目の車両が橋梁に進入する時間および i 台目と j 台目の車頭時間である。

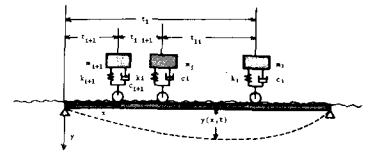


図-1 橋梁-車両系の解析モデル

表-1 道路橋の諸元

スパン長 L (m)	総質量 W (10 ⁴ kg)	曲げ剛性 EI (10 ⁸ kg·cm)	固有振動数 f ₁ (Hz)
20	4.84	6.21	6.23
30	7.76	12.42	3.79
40	10.68	24.41	2.94
50	13.60	48.20	2.45
60	15.52	65.78	2.11
70	19.44	80.15	1.70

表-2 車両諸元

総車両	N_0	20.0, 15.0 (ton)
ばね定数	k	7.251×10^3 (kg/cm)
固有振動数	f_0	3.0 (Hz)
減衰定数	h_0	0.03
走行速度	v	10.0 (m/s)

次に、路面凹凸をパワー・スペクトル密度 $S_R(\omega) = S_0/(\omega^2 + \beta^2)$, $S_0 = vA(RT)^2$ を有する、平均値0の定常正規性確率過程でモデル化する。なお、これは、次式で表される路面系の定常解過程のパワー・スペクトル密度と一致する。

$$\dot{r}(t) + \beta r(t) = w(t) \text{ -----(4)}$$

ここに、 $w(t)$ は S_0 のパワー・スペクトル密度を有する白色雑音過程である。路面凹凸のモデル化の詳細は、文献(2)に示している。

3. 橋梁-車両-路面系の状態空間表示と不規則応答解析 橋梁の高次振動を無視して、1次振動のみに着目する。橋梁の状態変数を $Y(t) = [y_1(t) \ y_2(t)]^T$ -----(5) i 台目の車両-路面系の状態変数を、 $Z_i(t) = [z_i(t) \ \dot{z}_i(t) \ y(t)]^T$ で定義すると、 n 台の車両の状態変数は、 $Z(t) = [Z_1(t)^T \ \dots \ Z_n(t)^T]^T$ -----(6) で表される。 n 台の車両が走行する場合、橋梁-車両-路面系の運動方程式は、次のような伊藤形の確率微分方程式で表される。ここに、 $W(t-t_i)$ は路面凹凸の構成に際して導入した白色雑音過程ベクトルである。本研究では、応答の平均値回りの変動に着目する。

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}(t) \\ \dot{Z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{YY}(t) & A_{YZ}(t) \\ A_{ZY}(t) & A_{ZZ}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} F_{Yi}(t) \\ F_{Zi}(t) \end{bmatrix} W(t-t_i) \text{ -----(7)}$$

一般的に表記をするために、 $X(t) = [Y(t)^T Z(t)^T]^T$ のような合成系を導入すると、(7)式は時間遅れのある白色雑音過程を入力とする微分方程式で記述される。

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + \sum_{i=1}^n F_i(t) W(t-t_i) \text{ -----(8)}$$

系の応答は線形微分方程式の理論より $X(t) = \Phi(t, t_0) X_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \sum_{i=1}^N f_i(\tau - t_i) d\tau$ ----- (9)

となる。応答の共分散 $R(t)$ は、 $R(t) = E[X(t) X(t)^T]$ ----- (10)

白色雑音過程による積分の性質を用いて積分を実行すると、

$$R_X(t) = \Phi(t, t_0) R_X(t_0) \Phi(t, t_0)^T + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) E \left[\sum_{i=1}^N f_i(\tau - t_i) f_i(\tau - t_i)^T \right] d\tau$$

$$+ \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) E \left[\sum_{i=1}^N f_i(\tau - t_i) X_0^T \right] d\tau + \sum_{i=1}^N \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \Phi(t, \tau')^T Q_{ij}(\tau, \tau') d\tau d\tau' \quad \text{----- (11)}$$

となる。ここに、 $\Phi(t, \tau)$ は (8) 式の系の状態遷移行列、 $Q_{ij}(\tau, \tau')$ は $W_{ij}(t)$ と $W_{ij}(t)$ の共分散に関連する行列である。(11) 式を微分し、変形を行うと次の微分方程式が得られる。なお、橋梁-車両-路面系における係数行列と外力行列と、道路上でも橋梁上でも同一の形式で表現するために、それぞれの行列の要素に単位階段関数を掛けて操作している。

$$\dot{R}_X(t) = A_X(t) R_X(t) + R_X(t) A_X(t)^T + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{ij}(t) \Phi_X(t, t - t_{ij})^T$$

$$+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Phi_X(t, t - t_{ij}) Q_{ij}(t) + \sum_{i=1}^N Q_{ii}(t) \quad \text{----- (12)}$$

初期条件： $R_X(t_0) = R_0$

この方程式で、右辺3項と4項は車両間の相関を表す項である。この項を無視すると、1つの近似解法である車両間の相関を無視した解法が得られる。また、車両を定点に固定させた場合、すなわち定常応答解析は、(12) 式の微分項を0とした連立方程式の解法に帰着する。

4. 数値計算と考察 数値解析は、表-1・表-2 に示した橋梁と車両を対象にした。連行車両は、先頭を20mとし、それ以外は15mとしている。また、固有振動数、減衰定数は各車両同一であるものと仮定した。図-2、図-3 は車両台数による影響とスパン50mの橋梁について検討したものである。それぞれ車頭間隔入は14および10mである。 $\lambda = 14m$

では、車両台数によって最大応答は変化していない。 $\lambda = 16m$ では、車両台数 N が増加するに伴って最大応答は増加する。このことより、車両台数は、直接応答に影響を及ぼすパラメータでないことが予想される。図-4 は、3台の車両の場合において入を変化させたものである。入の値により、車両間の相関が、正または負になるものと考えられる。この解析により連行車両列による橋梁の応答では、車頭間隔入が重要なパラメータになることがわかる。

図-5 は、入を変化させた場合の最大 $r.m.s.$ 応答と定常 $r.m.s.$ 応答を比較したものである。図中の A は車両間の相関を考慮した解析、B はそれを無視した解析を示している。車両間の相関を考慮すると、車頭間隔入により応答に顕著な変化の現われる。定常応答解析による最大応答の推定は、定常応答解析の相関を考慮した場合と無視した場合を組み合わせることにより、ある程度可能となるものと思われる。図-6 では、以上の解析より算定した衝撃係数と道路橋示方書および山田・小塚の提案したものを比較した。CASE1 は入=14m の最大応答、CASE2 は非定常・相関を無視、入=14m、CASE3 は定常応答・相関無視入=14m をそれぞれ表している。

【文献】(1) 彦坂他, 土論, 第20号 1979.9. (2) 岡林, 土論, 第20号 1979.6.

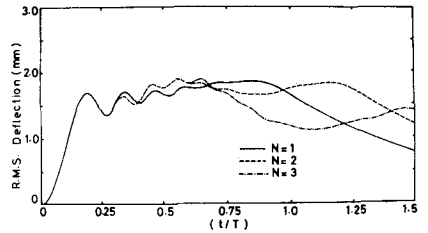


図-2 車両台数による影響 ($L=50m, \lambda=14m$)

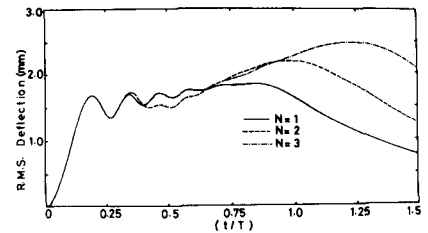


図-3 車両台数による影響 ($L=50m, \lambda=14m$)

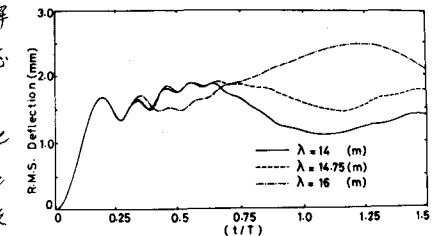


図-4 車頭間隔による影響 ($L=50m$)

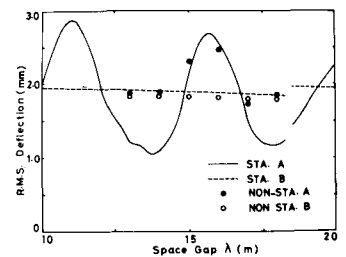


図-5 定常応答解析による最大応答推定 ($L=50m$)

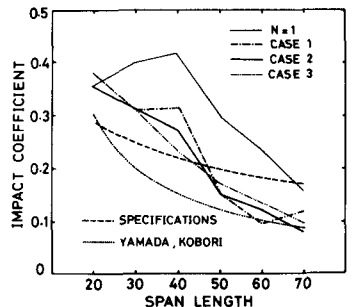


図-6 衝撃係数