

北海道大学 工学部○学生員 伊 藤 千 浩

北海道大学 工学部 正 員 能 町 純 雄

北海道大学 工学部 正 員 角 田 与史雄

## 1. まえがき

本報告は床版において、ひびわれの有無による振動の異いようすを、まず固有円振動数によって、比較を行ない、さらに床版上に移動集中荷重が作用した時の振動について比較してみようとするものである。従って、本報告におけるポイントは、実際のひびわれをどのようなモデルを用いて表わすか、あるいは数学的にどう表わすか、ということにあると思われるが、これらのことについて、以下、説明していきたいと思う。

## 2. 解析方法

## 2-1 ひびわれ 及び 固有円振動数について

解析にあたっては有限帯板法 (Finite strip method) を用いたが、まずひびわれの取りあつかいについて説明すると、今、コンクリート床版上にひびわれが生じている状態で版が振動しているとすると、図-1のような状態が生じると考えられる。(a)では、ひびわれの両端にモーメントMが作用することによって上側鉄筋は、それ自身の縮みと両側コンクリートへのくい込み、下側鉄筋は、それ自身の伸びと両側コンクリートからの抜け出しにより、両側のたわみ角の間に $\Delta\theta$ の差が生ずることを、(b)では、ひびわれの両端にせん断力が作用することにより、鉄筋に曲げモーメントが作用し、その結果、ひびわれの両側のたわみの間に $\Delta\theta$ の差が生ずることを表わしている。そこで、以上の関係が次式で表わされると仮定する。又、図-1より、このモデルは曲げひびわれよりも、拘束ひびわれを想定している。

$$M = K_1 \Delta\theta, \quad S = K_2 \Delta\theta \quad \dots (1)$$

さて、今、図-2の帯板要素において両端における変位ベクトルを $\{\delta\}_e$ 、断面力ベクトルを $\{f\}_e$ 、要素の剛性マトリックスを $[K]_e$ 、質量マトリックスを $[M]_e$ 、円振動数を $p$ とすると、

$$\{f\}_e = [K]_e \{\delta\}_e - p^2 [M]_e \{\delta\}_e \sin p t \quad \dots (2) \text{と表わすことができる。}$$

次に、(2)を版全体に重ね合わせていくことを考えるが、クラックを有する帯板要素間の連続条件として、(1)式を用い、他のところでは次式を用いる。

$$\begin{aligned} S_{r,r-1} + S_{r,r+1} &= 0, \quad \omega_{r,r-1} = \omega_{r,r+1} \\ M_{r,r-1} + M_{r,r+1} &= 0, \quad \theta_{r,r-1} = \theta_{r,r+1} \end{aligned} \quad \dots (3)$$

又、両端を単純支持とすると、境界条件は両端において

$$M=0, \quad \omega=0 \quad \dots (4) \text{である。}$$

最終的に系全体の方程式は次のようになる。

$$\{0\} = [K] - p^2 [M] \{\delta\} \quad \dots (4)$$

つまり、 $\{\delta\} \neq \{0\}$ より、 $|[K] - p^2 [M]| = 0$ の固有方程式となり、 $p^2$ がその固有値として求まり、振動形が、固有ベクトルとして求まることになる。

## 2-2 走行荷重がある場合

今、重さ $P_0$ の集中荷重が速さ $V_0$ で床版上を移動したとする。(図-3 参照) この時、 $r$ 点に作用する力を次のように定める。

$$P_r(t) = P_0 \times \frac{V_0 t - 1}{b}, \quad P_r(t) = P_0 \times \frac{(1+2b) - V_0 t}{b}, \quad P_r(t) = 0$$

$$(1 < V_0 t \leq 1+b) \quad (1+b < V_0 t \leq 1+2b) \quad (\text{elsewhere})$$

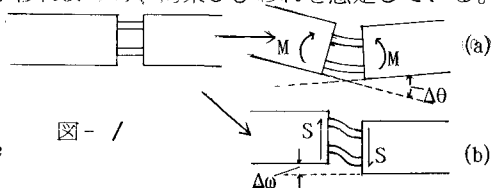


図-1



図-2

この強制振動の解析にあたっては、いわゆる振動形解析法を用いたので、最終的にはデュアメル積分を解くことにより基準座標が求まり、これと基準関数との積により任意の時間における各点の変位が求まることになる。

### 3. 数値計算 (HITAC-M200Hを使用)

計算にあたっては、次に述べる値を用いた。

床版の寸法：縦6.0m、横20.0m、厚さ0.2mで、20等分

(すなわち一つの帯板要素は6.0m×1.0m×0.2m)

ヤング係数： $E=3.0 \times 10^9$  (Kg/m<sup>2</sup>)、ポアソン比： $1/6$ 、 $P_0=10.0$ ton、 $V_0=15.0$  (m/Sec)、

$K_1=2.0 \times 10^6$  (Kg/m/rad)、 $K_2=2.0 \times 10^6$  (kg/m)、四辺単純支持とする。

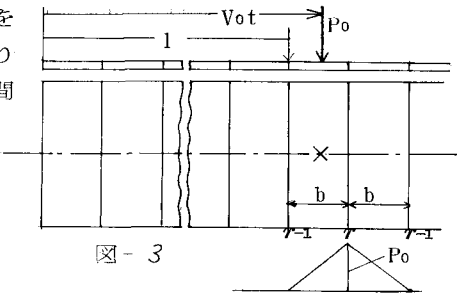


図-3

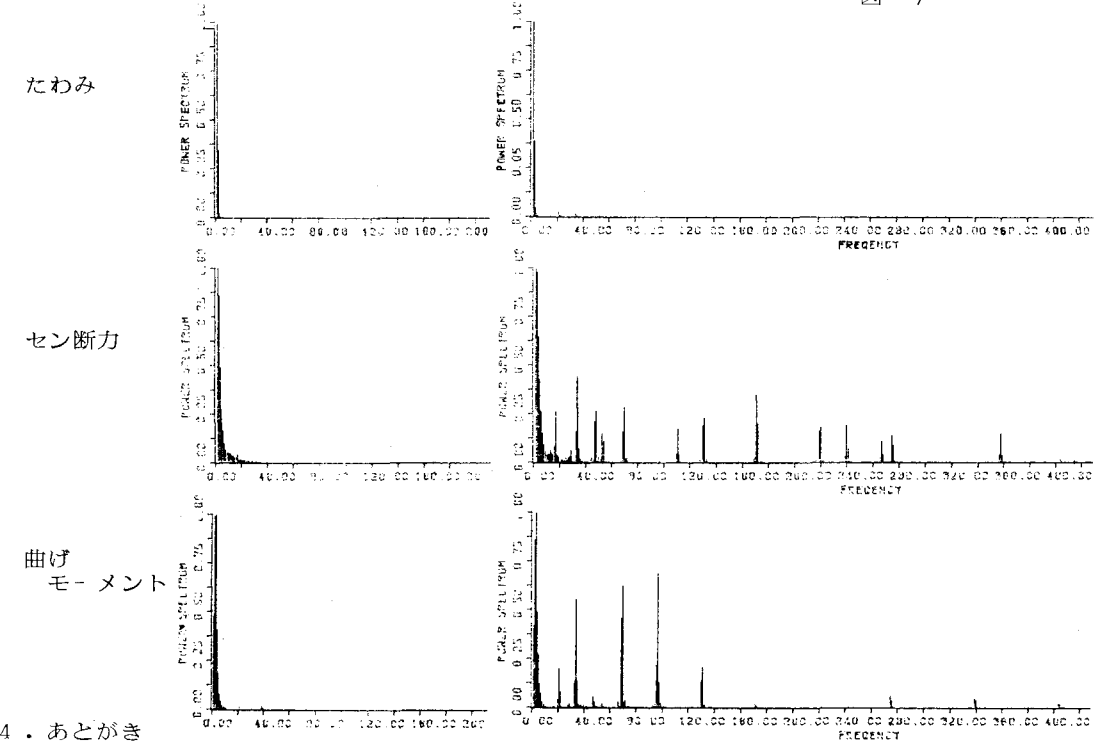
#### 3-1 固有円振動数について

| Crackの個数       | 0 個     | 一個      |         | 二個      |         |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Crackの位値(左端より) | —       | 10m     | 8m      | 10, 12m | 7, 12m  |
| 第一次固有円振動数      | 60.0096 | 59.7511 | 59.7138 | 59.5078 | 59.3801 |
| 第二次固有円振動数      | 74.8496 | 72.1850 | 72.7186 | 70.7627 | 71.6923 |
| 第三次固有円振動数      | 99.5674 | 97.3643 | 94.6624 | 92.6333 | 88.6323 |

#### 3-2 走行荷重がある場合

図-4は中央点における、たわみ、せん断力、曲げモーメントの時間的な変化を入力として、高速フーリエ変換(F.F.T)を用いて求めたパワースペクトルであり、左側はひびわれがない場合、右側は左端より8mのところにひびわれがある場合である。(最大値を1とした)

図-4



### 4. あとがき

固有円振動数については拘束ひびわれの有無による大きな差異は見られない。又、図-4のパワースペクトル図を見ると、たわみについては拘束ひびわれの影響をほとんど受けていないが、モーメント、せん断力はその影響を受けて、高次の波が現われてくるのが見られる。

### 参考文献

Y.K.CHEUN : Finite strip method in structural analysis  
小坪 清真 : 土木振動学