

北海道大学 工学部○学生員 蟹 江 俊 仁

北海道大学 工学部 正 員 能 町 純 雄

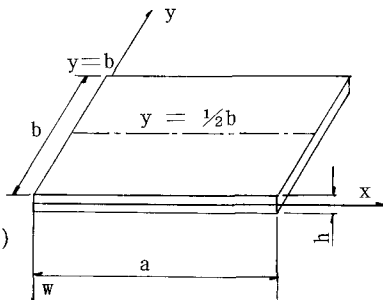
北海道大学 工学部 正 員 角 田 与史雄

1. まえがき

橋梁に自動車荷重が作用する場合、その動的応答は橋梁と車両の連成振動の問題として解析される。本研究は、床版上を単一車両が走行する場合の連成振動の微分方程式を、Laplace変換等を用いて積分方程式に導き、これを解くことにより床版の振動を解析し車両バネの初期変位が床版に与える影響について考察を与えようとするものである。

2. 解析方法

床版は(図-1)のように、車両の走行方向 x について a 、それと垂直な方向 y について b 、版厚 h の大きさを持つ粘性を無視した4辺単純支持版を想定し、自動車については(図-2)のような鉛直振動のみを行う2自由度系のSpring Massにモデル化する。車両が $y = \frac{1}{2}b$ 上を速度 v で走行し、時刻 t の $x = vt$ 点における車両接地力を $P(t)$ とすると、床版の動たわみ $w(x, t)$ は次式で与えられる。



(図-1)

$$w(x, t) = \frac{4}{M} \sum_m \sum_n \frac{1}{p_{mn}} \int_0^t P(\tau) \cdot \sin \frac{m\pi}{a} c\tau \cdot \sin p_{mn} (t - \tau) d\tau \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \quad \dots (1)$$

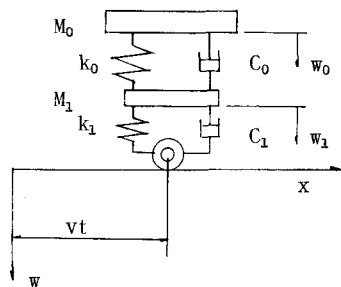
一方、車両の運動方程式 及び 接地力 $P(t)$ は、

$$M_0 \ddot{w}_0(t) + C_0 \dot{Z}_0(t) + k_0 Z_0(t) = 0 \quad \dots (2)$$

$$M_1 \ddot{w}_1(t) - C_0 \dot{Z}_0(t) - k_0 Z_0(t) + C_1 \dot{Z}_1(t) + k_1 Z_1(t) = 0 \quad \dots (3)$$

$$P(t) = (M_0 + M_1) \cdot g + C_1 \dot{Z}_1(t) + k_1 Z_1(t) \quad \dots (4)$$

$$Z_0(t) = w_0(t) - w_1(t), \quad Z_1(t) = w_1(t) - w(vt, t)$$



(図-2)

M : 床版の総質量、 M_0 : 車両のバネ上質量、 M_1 : 車両のバネ下質量

$w_0(t)$: M_0 の変位、 $w_1(t)$: M_1 の変位、 g : 重力加速度

C_0, C_1 : 上バネ、下バネの減衰係数、 k_0, k_1 : 上バネ、下バネのバネ定数

p_{mn} : 床版の m 次、 n 次固有振動数

(2)、(3)式をラプラス変換を用いて解くと、

$$L\{Z_1(t)\} = p(s) \cdot L\{w(vt, t)\} + Z_1(0) \cdot q(s) + Z_0(0) \cdot r(s) \quad \dots (5)$$

$$L\{\dot{Z}_1(t)\} = s \cdot (p(s) \cdot L\{w(vt, t)\} + Z_1(0) \cdot q(s) + Z_0(0) \cdot r(s)) - Z_1(0) \quad \dots (6)$$

ここで、 $p(s)$ $q(s)$ $r(s)$ はラプラス変換における媒介変数 s の関数である。

(5)、(6)式を(4)式(1)式に代入し、デュアメル積分を解くことにより荷重直下点の動たわみ $w(vt, t)$ は、次のような積分方程式の形にまとめることができる。

$$w(vt, t) = F(vt, t) + \Lambda \int_0^t w(v\tau, \tau) \cdot K(t, \tau) d\tau \quad \dots (7)$$

$F(vt, t)$: 集中荷重 $(M_0 + M_1) \cdot g$ が走行する時の床版のたわみと、車両が橋梁に進入する際の段差による車両パネの初期条件による床版への動たわみ影響を加えた関数。

$K(t, \tau)$: 車両パネの初期条件を含む、Sin, Cos, Exp 等の関数で表わされる確定関数。 Λ : 定数。

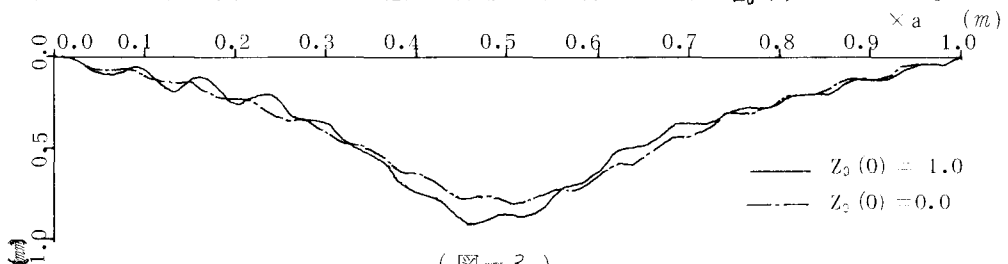
(7) 式は Volterra の第二種積分方程式であるから、 $|\Lambda| < \infty$ のいかなる値についても解は一意に求めることができる。その際、(7) 式右辺の第1項 第2項で、それぞれモード間の連成を考慮した。これによって得られた $w(vt, t)$ より $P(t)$ について解き、これを (1) 式に代入することにより $w(x, t)$ を得る。

3. 数値計算例

計算に当って、床版は鉄筋コンクリート床版を仮定し、振動次数は 10 次まで求めた。床版一車両の諸元は次の通りである。

床版 スパン長 a : 15.0m、幅員 b : 6.0m、床版厚 h : 0.3m、弾性係数 : 3.0×10^8 %
 総質量 M : 7.02×10^4 Kg (固有振動数 $f = 15.10$ Hz)、ポアソン比 : 0.17
 車両 上重量 $M_0 \cdot g$: 8400.0 Kg、下重量 $M_1 \cdot g$: 1200.0 Kg
 上パネ減衰定数 : 0.039、下パネ減衰定数 : 0.061
 上パネ定数 k_0 : 2800.0 Kg/cm (固有振動数 $f_0 = 2.88$ Hz)
 下パネ定数 k_1 : 4400.0 Kg/cm (固有振動数 $f_1 = 9.54$ Hz)

(図-3) は走行速度 $v = 15.0$ m (54.0 km/h) とし、車両パネの初期変位を 0.0 cm, 1.0 cm に変化させた時のスパン中央での振動形を示したものである。床版はパネに初期変位が無くても車両の走行により連成振動を行うが、パネに初期変位を与えることによりその床版への荷重作用は一層激しく変化し、床版の振動はさらに激しくなる。この計算例においては、車両が床版に進入した直後から、スパン中央に到るまでの間で影響が顕著である。また、最大たわみの増加についてもその影響が見られ、初期変位が無い場合に比較して 10 数%程増している。このような影響は、スパン長・幅員・パネ定数等を変化させてやることにより、床版一車両 両者の固有振動数が変わることによって違ってくることが予想されるため、これについても検討を加える必要がある。なお、(5)・(6) 式においてパネの初期変位 $z_0(0)$ の他に $\dot{z}_0(0)$ も現われるが、パネに初期変位を与える段差は床版に進入する直前にあると考え、パネが伸びきった状態 又は縮まった状態から床版上を走行すると考え $\dot{z}_0(0) = 0$ とした。



(図-3)

4. あとがき

橋梁の施工・管理条件を考えれば、橋梁の進入点に段差ができざるを得ないので、パネに初期変位が与えられることは避けられない。従って、より多くのケースを想定して床版一車両の諸元を変えた場合についても、この問題を検討する必要がある。計算には、北大大型計算機センター HITAC M200-H を使用した。

参考文献

- (1) R.V. チャーチル : 応用ラプラス変換 (洪 四方次 訳) 彰国社 (2) 小坪 清真 : 土木振動学 森北出版 (3) 月田 : 土木学会北海道支部論文報告集, 第 37 号, 昭和56 年2月, p 117~124