

○金沢大学 学 榎谷 浩
金沢大学 関 謙二
金沢大学 正 吉田 博

1. まえがき

構造部材の面外座屈安定性に関する研究は、古くから数多くの研究者により進められてきた。はりの弾性、非弾性座屈解析はすでに各種の荷重条件、境界条件、残留応力および初期変位等に対して行なわれ、実験結果と比較されており、これらの研究から得られた座屈荷重は、骨組構造物の面外座屈安定性に関する一指標として用いられている。これに対し、骨組構造物全体の面外座屈安定解析の研究も発表されている。しかしながら、構造物全体の解析は繁雑である上、一般的特性を知ることが困難である。この意味で全体の構造物から一つの部材をとり出し、両端を弾性拘束されているものとして取扱うことにする。すなわち、弾性拘束を含む座屈支配方程式を、エネルギー法の手法である Rayleigh-Ritz 法に基づいて求め、横変位やねじりについて拘束されはりの横座屈弾性解析を行なう。

2. 解析方法

図-1 に示すはりの両端に図-2 に示すような横変位のたわみ角に対する拘束ばね K_θ とねじり角に対する拘束ばね K_ϕ が存在するものとする。一般にこのような弾性拘束を受ける薄肉断面はりの全ポテンシャルは次式で与えられる。

$$\pi = \frac{1}{2} \int_0^L [EI_x (v'')^2 + EI_y (v'')^2 + EI_\omega (\phi'')^2 + GK_T (\phi')^2 + 2M_{ox} v' - 2M_{ox} u' \phi' + M_{ox} \beta_x (\phi')^2] dz + \frac{1}{2} K_\theta (u'_{z=0})^2 + \frac{1}{2} K_\theta (u'_{z=L})^2 + \frac{1}{2} K_\phi (\phi'_{z=0})^2 + \frac{1}{2} K_\phi (\phi'_{z=L})^2 \quad (1)$$

ここに、 $\beta_x = \frac{1}{I_x} \int_0^L y (x^2 + y^2) t ds - 2y_0$ であり、 x_0, y_0 は、せん断中心の x, y 座標である。本研究では、2軸対称断面を用いるので、 $x_0 = y_0 = 0, \beta_x = 0$ である。座屈しないう形と座屈した形の両方の変形が可能なモーメント M_{cr} を求める。座屈前の形の全ポテンシャルは、 $u = \phi = 0$ から、 $\frac{1}{2} \int_0^L [EI_x (v'')^2 + 2M_{ox} v'] dz$ である。座屈に要するポテンシャルは、これと式(1)の差として、次のように表わされる。

$$\pi_0 = \frac{1}{2} \int_0^L [EI_y (v'')^2 + EI_\omega (\phi'')^2 + GK_T (\phi')^2 - 2M_{ox} u' \phi'] dz + \frac{1}{2} K_\theta (u'_{z=0})^2 + \frac{1}{2} K_\theta (u'_{z=L})^2 + K_\phi (\phi'_{z=0})^2 + K_\phi (\phi'_{z=L})^2 \quad (2)$$

はりの座屈形として次のような形を仮定する。

$$u = A_1 \sin \frac{\pi z}{L} + A_2 (1 - \cos \frac{2\pi z}{L}) \quad (3) \quad \phi = A_3 \sin \frac{\pi z}{L} + A_4 (1 - \cos \frac{2\pi z}{L}) \quad (4)$$

式(3)、式(4)を式(2)に代入すると全ポテンシャルが求まる。そして、全ポテンシャル停留の原理 $\frac{\partial \pi}{\partial A_n} = 0$ ($n=1, 4$) より、四元の連立方程式が得られる。この係数行列式を零とすることにより、弾性拘束を含む座屈荷重が得られる。荷重状態が等曲げの場合、座屈モーメントは、

$$M_{cr} = f(x_\theta, x_\phi) \cdot M_{ocr} \quad (5)$$

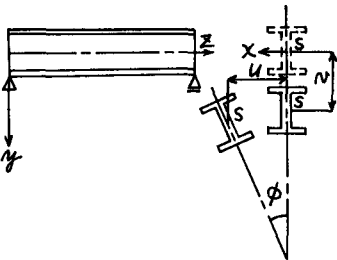


図-1 はりの横座屈変形

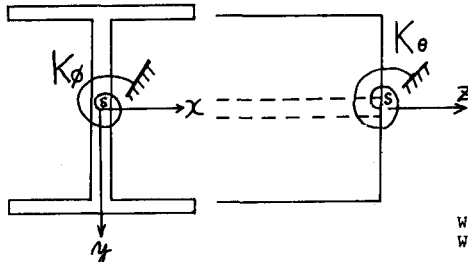


図-2 弾性拘束

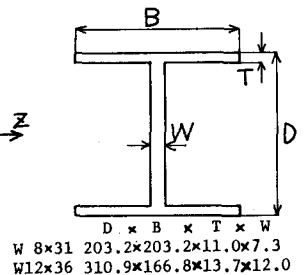


図-3 はりの断面形状

という形で与えられる。ここに、 $M_{ocr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y G K_T (1 + \frac{EI_w \pi^2}{G K_T L^2})}$ 、 $K_\theta = K_\theta L / EI_y$ 、 $K_\phi = K_\phi / G K_T L$ である。

3. 計算結果

図-3の2つの断面に対して、等曲げを受ける場合の計算結果を図-4から図-7に示してある。この近似解は、伝達マトリックス法による解と K_θ 、 K_ϕ のすべての領域にわたり、よい一致を示すことも確かめられた。W8×31断面で、細長比 $L/r_y = 100$ の場合について、弾性拘束のない限界値を、有効長さ係数による座屈荷重と共に表-1に示す。

実際のはりの拘束状態は、単純支持($u = u' = \phi = \phi'$)と両端が横方向にも、ねじれにも固定されている状態($u = u' = \phi = \phi'$)の中間にあるとされている。本研究の範囲内で次のようなことがわかる。

- (1) K_θ は0.01以下では $K_\theta = 0.0$ 、1000以上では $K_\theta = \infty$ とみなし得る。
- (2) K_ϕ は0.001以下では $K_\phi = 0.0$ 、100以上では $K_\phi = \infty$ とみなし得る。
- (3) K_θ の影響が、 K_ϕ より大きいといえる。
- (4) スパン長による曲線の相違は細長比 L/r_y が小さいほど小さい。

4. あとがき

今回は、等曲げを受ける場合だけを取扱ったが、今後は、他の荷重状態や骨組構造への具体的なバネ定数の適用について、さらに検討を進める予定である。末尾ながら、御助力いただいた永吉章一郎氏(国土開発K.K.)、井原朋美嬢(金沢大学)に謝意を表する。

表-1 弾性拘束の限界値と有効長さ係数による座屈荷重

$z=0, z=L$	K_y	K_z	M_{cr}/M_{ocr}	K_θ	K_ϕ	M_{cr}/M_{ocr}
$u = u' = \phi = \phi' = 0$	1.000	1.000	1.000	0.0	0.0	1.000
$u = u' = \phi = \phi' = 0$	0.883	0.492	1.703	0.0	∞	1.722
$u = u' = \phi = \phi' = 0$	0.432	1.000	2.304	∞	0.0	2.275
$u = u' = \phi = \phi' = 0$	0.492	0.492	3.056	∞	∞	2.972

参考文献

- 1) 吉田博, 井本芳宏: 拘束と受けるはりの弾性および非弾性横倒れ座屈解析, 土木学会論文報告集, No. 228, pp. 1~12, 1972. 12.
- 2) 山森広一, 吉田博: 伝達マトリックス法による門形ラーメンの面外座屈解析, 土木学会論文報告集, No. 275, pp. 1~11, 1978. 7.
- 3) 小堀為雄, 吉田博共著: 鋼構造設計理論, 森北出版, 1977. 7.
- 4) 福本秀士, 西野文雄 共訳, Galambos 著: 鋼構造部材と骨組 - 強度と設計, 丸善出版
- 5) Schmidt, L.C.: Restraints Against Elastic Lateral Buckling, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 91, No. EM6, Proc. Paper 4161, Dec., 1955, pp. 1-37

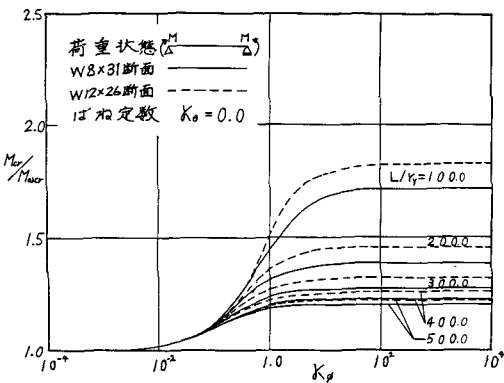


図-4 弾性拘束と座屈荷重の関係

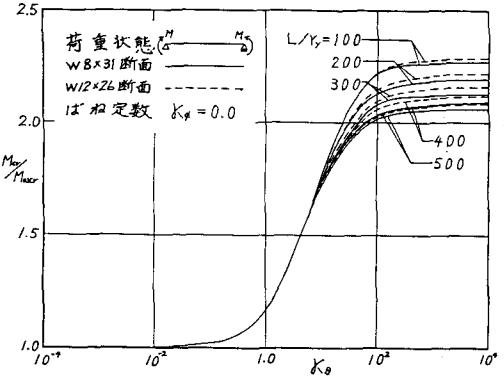


図-5 弾性拘束と座屈荷重の関係

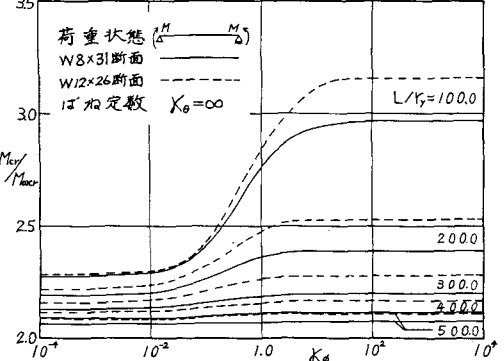


図-6 弾性拘束と座屈荷重の関係

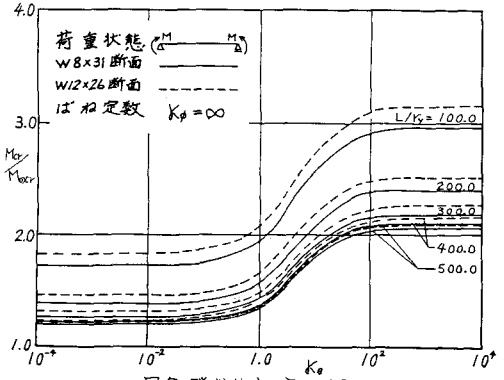


図-7 弾性拘束と座屈荷重の関係