

名古屋工業大学 学生員 ○ 近藤伸行
名古屋工業大学 正 員 長谷部宣男

まえがき 応力集中部からのクラックの発生はしばしばみられる。そのような応力集中部に発生したクラックの応力解析は、いくつかなされているが、本報告では面内曲げを受ける板幅の違う帯板を扱う。そして、その隅角部からクラックが発生した場合に、帯板の板幅の比が、どのようにクラック先端近傍の応力状態に影響するかを考察する。解法として、与形状を複素平面の単位円内に写像し、有理型の分数式の和の等角写像、及び複素応力関数を用い、閉じた解を得る。荷重は面内の曲げを考え、平面問題として、クラック発生前後の応力状態と応力拡大係数をあのおのの板幅の比とクラック長さに対して求める。この形状の帯板が、面外曲げを受ける薄板の曲げの問題としての解析は、先に報告した[1]。

解法 くわしい解法は文献[2]にゆずる。図-1に示すように、 Z -pl. (物理領域) を ζ -pl. (写像面) の単位円内に写像し、その関数として次のような形に作る。

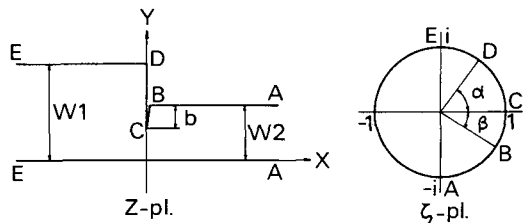


図-1 Z 平面と ζ 平面

$$Z = \omega(\zeta) = K \int_0^{\zeta} \frac{1 - \zeta}{(1 + i\zeta)(1 - i\zeta)(1 - e^{-i\alpha}\zeta)^{0.5}(1 - e^{i\beta}\zeta)^{0.5}} d\zeta = \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + \text{const.} \quad (1)$$

ここで、 α 、 β は帯板の板幅の比、クラック長を变化させるパラメーターである。

上式に対応する複素応力関数は一般に次式で表わされる[2]。

$$\begin{aligned} \phi(\zeta) + \sum_{k=1}^n \frac{\bar{C}_k \bar{A}_k}{\zeta_k - \zeta} + \text{const.} &= \frac{1}{2\pi i} \int \frac{H(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma \\ \psi(\zeta) &= \frac{1}{2\pi i} \int \frac{H(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma - \frac{\bar{\omega}(1/\zeta)}{\omega'(\zeta)} \phi'(\zeta) + \sum_{k=1}^n \frac{C_k A_k \zeta_k'^2}{\zeta_k - \zeta_k'} - \bar{\phi}(0) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $C_k = \bar{E}_k / \omega'(\zeta_k')$ 、 $\zeta_k' = 1/\bar{\zeta}_k$ 、 $\bar{A}_k$ は未定定数、 $H(\sigma)$ は境界条件によって決まる関数である。上式中の $\phi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ が求まれば、応力成分は計算される。

また、応力拡大係数は次式で求められる[2]。

$$K_I - iK_{II} = 2\sqrt{\pi} e^{-i\delta/2} \phi(\sigma_1) / \sqrt{\omega''(\sigma_1)} \quad (3)$$

ここで、 σ_1 はクラック先端に対応する単位円上の値、 δ は X 軸とクラックのなす角である。本報告では、 $\sigma_1 = 1$ 、 $\delta = -\pi/2$ である。

解析結果 図-2にクラック発生前の応力分布を、板幅の比 $W1/W2 = 2.0$ に対して示す。図-3にはクラック発生後の応力分布を同じく板幅の比 $W1/W2 = 2.0$ 、クラック長 $b/W2 = 0.4$ に対して示す。クラック発生前の応力分布(図-2)では、段の隅角部に急激な応力集中が生じている。同様に、クラック発生後の応力分布(図-3)においても、クラック先端で急激な応力集中が生じている。そして、それはクラック先端のごく近傍で急激に生じている。また、クラック発生前後のどちらの場合も、帯板の板幅程度隅角部またはクラックから離れると、左右帯板ともある一定値に近づく。 $W1/W2 = 1.0$ (右側帯板)のほうは、 $|\sigma_\theta/\sigma_0| \rightarrow 1.0$ になり、 $W1/W2 = 2.0$ のほうは $|\sigma_\theta/\sigma_0| \rightarrow 0.25$ となっている。これより応力のみだれは、板幅程度でなくなるということがわかる。クラック発生前では、帯板下縁の σ_θ/σ_0 の変化はなめらかであるが、クラック発生後ではクラック直下の帯板下

縁でふくれ上がった分布になっている。これは、クラックにより断面が小さくなることによりおこると考えられる。またクラック発生前後のどちらの場合も、突起部のところの σ_0/σ_0 の分布は0となっている。

次に、本報告ではクラック長さと同幅により、次のような式で表わされる無次元化した応力拡大係数を用いる。

$$F_1+iF_2=\frac{(W_2-b)^{1.5}}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{(K_I+iK_{II})}{6M}\tag{4}$$

各 W_1/W_2 ($W_1/W_2=1.0、1.33、2.0、4.0、\infty$) に対する F_1 値、 F_2 値を各 b/W_2 についてそれぞれ図-4、図-5に示す。まず、 F_1 値については、どの板幅比 W_1/W_2 に対しても b/W_2 が0.5以上になると、板幅比に関係なくほぼ一定値になっている。このことにより、クラックが深くなると、段の影響がほとんどなくなるということがわかる。そして、 b/W_2 が1.0になると、つまり極限として図-1のパラメーター $\alpha、\beta$ が $\pi/2$ に近づいた半無限板に長いクラックがはいった状態では、どの板幅比の帯板も一定値(0.374)になる。また、 b/W_2 が0.5以下のときは、板幅比 $W_1/W_2=2.0、4.0、\infty$ の曲線

は重なり、 $W_1/W_2=1.33$ の曲線と $W_1/W_2=2.0\sim\infty$ の曲線の間隔も狭くなっている。つまり、 $b/W_2=0.5$ 以下においては、 $W_1/W_2=2.0$ 以上では F_1 値に対する段の影響はほとんどなく、1.33以上でも段の影響は小さいということがわかる。次に F_2 値については、 F_1 値と同様に、 b/W_2 が0.6以上になると、どの W_1/W_2 曲線も重なり、 b/W_2 が1.0に近づくと、0に近づいていく。これは、クラックが深くなると、帯板の非対称性が小さくなるということにより理解される。Y軸について対称である $W_1/W_2=1.0$ の場合は、 F_2 値は常に0である。また、 $W_1/W_2=2.0$ の曲線と、 $W_1/W_2=4.0\sim\infty$ の曲線の間隔は小さくなっており、 $W_1/W_2=2.0$ 以上になると、段の影響が小さいということがわかる。

あとがき 今回は、荷重として面内曲げを扱ったが、境界条件を变えることにより、他の荷重の場合も解析できる。 $W_1/W_2=1.0$ の F_1 値はBenthem [3]らの解析結果とよく一致している。

—参考文献—

[1] 近藤、長谷部;土木学会中部支部講演概要集、昭56年2月
 [2] Hasebe, Iida; Engineering Fracture Mechanics, Vol. 10, 1978
 [3] Benthem & Koiter, "Methods of Analysis and Solution of Crack Problems" chap.3 ed. G.Sih, Netherland, 1973

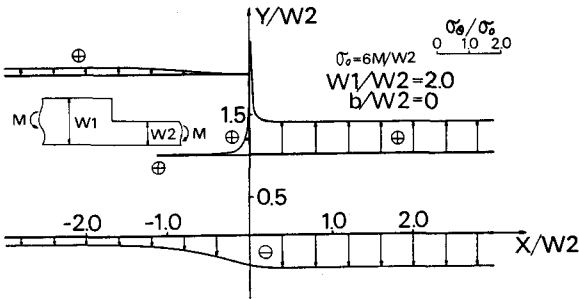


図-2 クラック発生前の応力分布

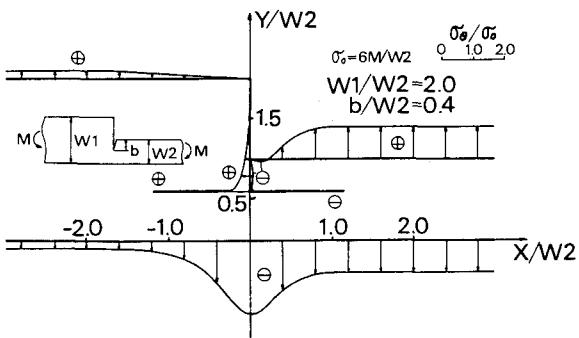


図-3 クラック発生後の応力分布

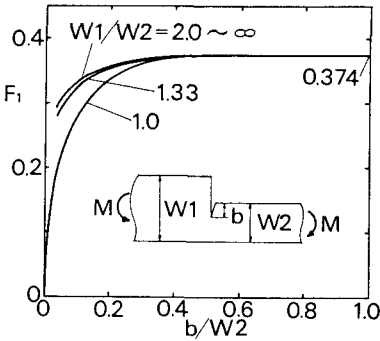


図-4 応力拡大係数 F_1

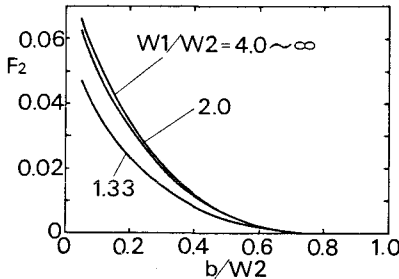


図-5 応力拡大係数 F_2