

鳥取大学工学部 正員 神部俊一
鳥取大学研究生 荒 和弘

1. まえがき

比較的長径間の連続箱桁を張出し工法によって建設する際、架設途上のその基本構造形式は張出し梁である。先に、一般化座標法に応力法的手法を導入し一般固有値問題に帰着させて解かれた両端単純支持桁に対する行列表示による閉じた形の解析解を報告した。¹⁾ そこで、今回はこの解析解に伝達行列法による解法を併用することによって、張出し梁に対する解析解を求め、これを利用して剪断遅れ現象を解析した結果について報告する。

2. 基本式

無次元化された基本式を文献2)で用いたのと同じ記号を使用して一括して表示すると以下ようになる。

$$\text{断面定数} \quad \bar{A} = \int_F \bar{x} \bar{x} d\bar{F}, \quad \bar{B} = \int_F \bar{x} \bar{x} d\bar{F}, \quad \bar{C} = \int_F \bar{x} \bar{y} d\bar{F}, \quad \bar{R} = \int_F \bar{y} \bar{y} d\bar{F} \quad (1)_{1 \sim 4}$$

$$\text{構成方程式} \quad \bar{M} = \alpha \bar{A} \bar{U}', \quad \bar{Q} = \gamma^{-1} (\bar{C} \bar{U} + \bar{R} \bar{V}') \quad (2)_{1 \sim 2}$$

$$\text{平衡方程式} \quad \bar{M}' - \gamma \alpha^{-2} \bar{H} \bar{A}^{-1} \bar{M} + \alpha \bar{C} \bar{R}^{-1} \bar{Q}^* = 0, \quad \bar{Q}' + \bar{Q}^* = 0 \quad (3)_{1 \sim 2}$$

ここに、 $\bar{H} = \bar{B} - \bar{C} \bar{R}^{-1} \bar{C}$ である。

3. 解析手順

支間 $\bar{l}$ で張出し部の長さ $\bar{l}_2$ の片側張出し梁に等分布荷重 $\bar{Q}^*$ が作用している場合を解析の対象とする。両端に一般化荷重 $\bar{M}^{(1)}$, $\bar{M}^{(2)}$ が作用し等分布荷重 $\bar{Q}^*$ を満載した単純支持梁について、一般化断面力 $\bar{M}(\bar{z})$, 一般化変位 $\bar{V}(\bar{z})$, $\bar{U}(\bar{z})$ に対する解を求めると以下のようなものである。²⁾

$$\bar{M}(\bar{z}) = \bar{K}_1(\bar{z}) \bar{M}^{(1)} + \bar{K}_2(\bar{z}) \bar{M}^{(2)} + \bar{K}_3(\bar{z}) \bar{X} \bar{Q}^* \quad (4)$$

$$\bar{V}(\bar{z}) = \bar{X} \bar{L}_1(\bar{z}) \bar{M}^{(1)} + \bar{X} \bar{L}_2(\bar{z}) \bar{M}^{(2)} + \bar{X} \bar{L}_3(\bar{z}) \bar{X} \bar{Q}^* + \frac{1}{2} \gamma \bar{z} (\bar{l} - \bar{z}) \bar{R}^{-1} \bar{Q}^* \quad (5)$$

$$\bar{U}(\bar{z}) = \bar{N}_1(\bar{z}) \bar{M}^{(1)} + \bar{N}_2(\bar{z}) \bar{M}^{(2)} + \bar{N}_3(\bar{z}) \bar{X} \bar{Q}^* \quad (6)$$

ここに、 $\bar{X} = \alpha^{-1} \bar{R}^{-1} \bar{C} \bar{X}$, $\bar{M} = \bar{X} \bar{M}$ であり、 $\bar{X}$ は一般固有値問題 $\bar{H} \bar{x} = \lambda^{-2} \bar{A} \bar{x}$ の $\bar{A}$ に関して正規化されたモーダルマトリックスである。 $\bar{K}_1(\bar{z}), \dots, \bar{N}_3(\bar{z})$ は分割対角行列である。

次に、初期状態量ベクトル $\bar{U}_0, \bar{V}_0, \bar{M}_0, \bar{Q}_0$ を用いて $\bar{M}(\bar{z}), \bar{V}(\bar{z}), \bar{Q}(\bar{z})$ を表わすと次式のようなものである。

$$\bar{M}(\bar{z}) = \bar{K}_M(\bar{z}) \bar{M}_0 + \bar{K}_Q(\bar{z}) \bar{X} \bar{Q}_0 + \alpha \bar{K}_U(\bar{z}) \bar{Y} \bar{U}_0 + \bar{K}_L(\bar{z}) \bar{X} \bar{Q}^* \quad (7)$$

$$\bar{Q}(\bar{z}) = \bar{Q}_0 - \bar{Q}^* \bar{z} \quad (8)$$

$$\bar{V}(\bar{z}) = \bar{X} \bar{L}_M(\bar{z}) \bar{X} \bar{M}_0 + (\bar{X} \bar{L}_Q \bar{X} + \gamma \bar{z} \bar{R}^{-1}) \bar{Q}_0 + \alpha \bar{X} \bar{L}_U(\bar{z}) \bar{Y} \bar{U}_0 + \bar{V}_0 + (\bar{X} \bar{L}_L(\bar{z}) \bar{X} - \frac{1}{2} \gamma \bar{z}^2 \bar{R}^{-1}) \bar{Q}^* \quad (9)$$

ここに、 $\bar{Y} = \bar{A} \bar{X}$ である。 $\bar{K}_M(\bar{z}), \dots, \bar{L}_L(\bar{z})$ は分割対角行列であるが、紙面の都合で具体的な表示式を記すのは省略する。

まず張出し部始端における状態量ベクトル $\bar{U}_0, \bar{Q}_0$ を求める。(6)式において $\bar{M}^{(1)} = 0, \bar{M}^{(2)} = \bar{M}_0$ とおき $\bar{z} = \bar{l}$ を代入すれば次式を得る。

$$\bar{U}(\bar{l}) = \bar{U}_0 = \bar{N}_2(\bar{l}) \bar{M}_0 + \bar{N}_3(\bar{l}) \bar{X} \bar{Q}^* \quad (10)$$

$$(8) \text{式より} \quad \bar{Q}(\bar{l}_2) = 0 = \bar{Q}_0 - \bar{Q}^* \bar{l}_2 \quad \text{であるから} \quad \bar{Q}_0 = \bar{l}_2 \bar{Q}^* \quad (11)$$

である。(10), (11) 式の $\bar{U}_0, \bar{Q}_0$ を (7) 式に代入し張出し部自由端における境界条件 $\bar{M}(\bar{l}_2) = 0$ を考慮すれば未知量 $\bar{M}_0$ は次式で与えられる。

$$\bar{M}_0 = -\bar{K}_M^{-1}(\alpha \bar{L}_Q + \bar{L}_{Q_2}) \bar{Q}^* \quad (12)$$

$$\hat{K}_M = \bar{K}_M(\bar{L}_2) + \alpha \bar{K}_G(\bar{L}_2)^T \bar{Y} \bar{N}_2(\bar{L}_1) \quad (13)_1$$

$$\bar{L}_{a_1} = \bar{K}_G(\bar{L}_2)^T \bar{Y} \bar{N}_2(\bar{L}_1)^T \hat{X}, \quad \bar{L}_{a_2} = (\bar{L}_2 \bar{K}_a(\bar{L}_2) + \bar{K}_L(\bar{L}_2))^T \hat{X} \quad (13)_{2,3}$$

(12)式より $\hat{M}_0$ が求まれば、(10)式から $\bar{U}$ も既知になるので (4)式から (9)式までの式を用いれば必要な状態量が決定されることになる。

4. 計算結果と考察

計算に用いた断面諸元と載荷状態とを図-1に示す。鋼板厚を示す数値に並べて記入されている括弧内の数値は補剛材の断面積を考慮に入れた換算鋼板厚を意味する。

垂直応力度は面外方向変形モード（一般化座標）に比例した成分に分解されるが、 $\hat{M} = \bar{A}^T \bar{M}$ によって定義される $\hat{M}$ は垂直応力度のうちこれらの成分にどの程度関与しているかを表わす量である。図-2に示されている $\hat{M}_3$, $\hat{M}_4$, $\hat{M}_5$ は垂直応力度のうちカバープレート、ボトムプレート、オーバーハング部におけるせん断遅れ現象に関連する物理量である。これらの物理量の桁軸方向の変化から明らかなように、せん断遅れ現象は拘束の大きな中間支承近傍で顕著に現われ両側に向かって急激に減衰することが分る。このことは、図-3、図-4に示されている二断面における垂直応力度の分布状態から明らかである。

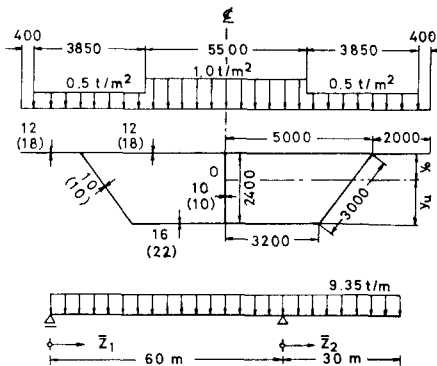


図-1 断面諸元と載荷状態

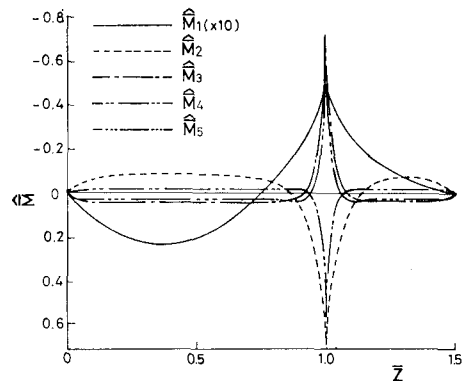


図-2 $\hat{M}$ の桁軸方向分布

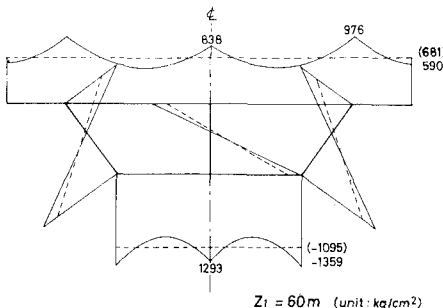


図-3 中間支承上断面内の垂直応力度分布

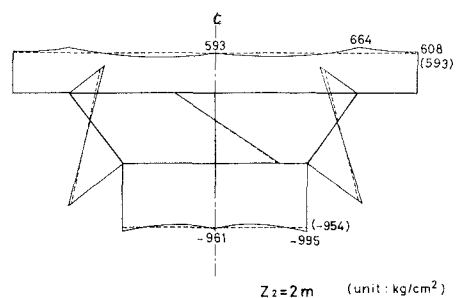


図-4 $Z_2 = 2m$ の断面内の垂直応力度分布

参考文献

- 1) 神部, 藤井: 一般化座標法による直線薄肉箱桁の一解析法, 土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, 第1部, I-102, 1979-10.
- 2) 神部, 藤井: 多室断面を有する連続箱桁の一般化座標法によるマトリクス構造解析, 第27回構造工学シンポジウム講演論文集, (26), 1981-2.