

北海道大学工学部 正会員

荏澤憲吉

北海道大学工学部 正会員

芳村 仁

1. まえがき 曲線桁構造を設計する際に用いられる床版の有効幅は、床版の幅員（主桁間隔）のみならず、荷重状態、床版と主桁との相対的な剛性比等によるとともに、曲線形状であるために曲率によっても影響をうけることになる。ここでは、曲線多主桁橋の有効幅の解析理論を概述し、解析結果と直線床版の有効幅との比較により、定性的、定量的に検討を加える。

2. 解析理論 曲線桁構造を曲線床版と曲線梁よりなるものと考えて、それらの接合線上において力の釣り合い条件と変位の適合条件を満足して立体的に解析する。中間主桁ではさまれる曲線床版の面内変形問題は、Airyの応力関数を用いた基本微分方程式から解析される。曲線梁（図-1）においては、せん断中心軸に作用する荷重とその軸の変位との関係は、対称断面として、次のように誘導される。

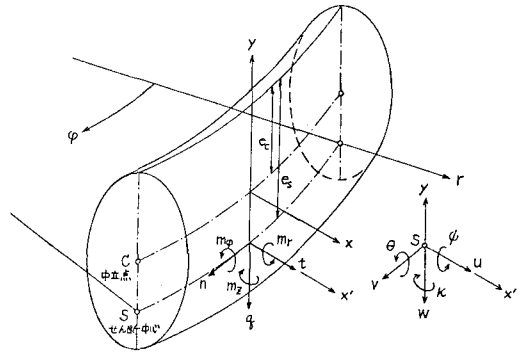


図-1. 曲線主桁 および 荷重と変位

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^5}{d\varphi^5} + 2\frac{d^3}{d\varphi^3} + \frac{d}{d\varphi}\right)u &= \left\{ \frac{t^2}{EA} + \frac{t^4}{EI_y} + (e_s - e_c)^2 \frac{t^2}{EI_x} \right\} \frac{dt}{d\varphi} - \left\{ \frac{t^2}{EA} + (e_s - e_c)^2 \frac{t^2}{EI_x} \right\} \frac{d^2n}{d\varphi^2} \\ &+ \frac{t^4}{EI_y} n - (e_s - e_c) \frac{t^3}{EI_x} \frac{dq}{d\varphi} + (e_s - e_c) \frac{t^2}{EI_x} \frac{d^2m_r}{d\varphi^2} + (e_s - e_c) \frac{t^2}{EI_x} \frac{dm_\varphi}{d\varphi} + \frac{t^3}{EI_y} \left(\frac{d^2m_2}{d\varphi^2} + m_2 \right) \\ \left(\frac{d^6}{d\varphi^6} + 2\frac{d^4}{d\varphi^4} + \frac{d^2}{d\varphi^2}\right)v &= \left\{ \frac{t^2}{EA} + (e_s - e_c)^2 \frac{t^2}{EI_x} \right\} \frac{d^3t}{d\varphi^3} - \frac{t^4}{EI_y} \frac{dt}{d\varphi} - \left\{ \frac{t^2}{EA} + (e_s - e_c)^2 \frac{t^2}{EI_x} \right\} \frac{d^4n}{d\varphi^4} \\ &- \frac{t^4}{EI_y} n - (e_s - e_c) \frac{t^3}{EI_x} \frac{d^2t}{d\varphi^2} + (e_s - e_c) \frac{t^2}{EI_x} \frac{d^3m_r}{d\varphi^3} + (e_s - e_c) \frac{t^2}{EI_x} \frac{d^3m_\varphi}{d\varphi^3} - \frac{t^3}{EI_y} \left(\frac{d^4m_2}{d\varphi^4} + m_2 \right) \\ \left(\frac{d^6}{d\varphi^6} + 2\frac{d^4}{d\varphi^4} + \frac{d^2}{d\varphi^2}\right)w &= -(e_s - e_c) \frac{t^3}{EI_x} \frac{d^2t}{d\varphi^2} + (e_s - e_c) \frac{t^3}{EI_x} \frac{d^3n}{d\varphi^3} + \frac{t^4}{EI_x} \frac{d^2q}{d\varphi^2} - \frac{t^4}{GI_t} q \\ &- \frac{t^3}{EI_x} \frac{d^3m_r}{d\varphi^3} + \frac{t^3}{GI_t} \frac{dm_r}{d\varphi} - \left(\frac{t^3}{EI_x} + \frac{t^3}{GI_t} \right) \frac{d^2m_\varphi}{d\varphi^2} \\ \left(\frac{d^5}{d\varphi^5} + 2\frac{d^3}{d\varphi^3} + \frac{d}{d\varphi}\right)\theta &= (e_s - e_c) \frac{t^2}{EI_x} \frac{dt}{d\varphi} - (e_s - e_c) \frac{t^2}{EI_x} \frac{d^2n}{d\varphi^2} - \left(\frac{t^3}{EI_x} + \frac{t^3}{GI_t} \right) \frac{dq}{d\varphi} \\ &+ \left(\frac{t^2}{EI_x} + \frac{t^2}{GI_t} \right) \frac{d^2m_r}{d\varphi^2} - \frac{t^2}{GI_t} \frac{d^2m_\varphi}{d\varphi^2} + \frac{t^2}{EI_x} \frac{dm_\varphi}{d\varphi} \\ \psi &= \frac{1}{t} \frac{dw}{d\varphi}, \quad \kappa = \frac{v}{t} - \frac{1}{r} \frac{du}{d\varphi} \end{aligned}$$

ここで、 E ：弾性係数、 A ：断面積、 EI_x, EI_y ：中立点を通る軸に関する曲げ剛性、 GI_t ：ねじり剛性、 e_s, e_c ：床版との接合線からのせん断中心軸および中立軸までの距離である。これらの式を曲線梁の基礎方程式として解析し、曲線床版の解析より得られる結果と合わせて曲線桁構造全体の解析を行った。その際、接合線上において次のような変位に関する条件を与えた。

- (1) 横桁および中間ダイヤフラムは半径方向に剛と考えることから、すべての曲線主桁の半径方向変位は等しい大きさである。
- (2) 並列している主桁の接合線上における桁軸方向の変位は、活荷重 P が集中荷重のときはその桁の曲率半径 R の3乗に比例し、

$\frac{b}{l}$	$R = 4l$					$R = \infty$
	case 1		case 2			
	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2	ψ	
0.02	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	
0.05	0.981	0.982	0.981	0.982	0.981	
0.10	0.929	0.933	0.928	0.933	0.930	
0.15	0.852	0.865	0.851	0.865	0.857	
0.20	0.766	0.788	0.764	0.787	0.775	
0.30	0.605	0.636	0.602	0.635	0.616	
0.40	0.485	0.508	0.481	0.508	0.489	
0.50	0.401	0.409	0.397	0.410	0.396	
0.60	0.342	0.334	0.338	0.334	0.330	
0.70	0.297	0.276	0.294	0.276	0.281	
0.80	0.263	0.231	0.260	0.231	0.244	
0.90	0.235	0.196	0.233	0.197	0.216	
1.00	0.212	0.169	0.211	0.169	0.194	

表-1. 半正弦波形分布荷重による曲線床版有効幅 ($\nu=0.3$)

$\frac{b}{l}$	$R = 4\ l$					$R = \infty$
	case 1		case 2		ψ	
	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2		
0.02	0.931	0.932	0.931	0.932	0.931	
0.05	0.834	0.836	0.834	0.836	0.835	
0.10	0.705	0.711	0.704	0.710	0.707	
0.15	0.604	0.615	0.603	0.614	0.608	
0.20	0.524	0.540	0.523	0.539	0.530	
0.30	0.407	0.428	0.406	0.427	0.415	
0.40	0.330	0.348	0.328	0.347	0.335	
0.50	0.277	0.288	0.276	0.288	0.278	
0.60	0.240	0.242	0.239	0.242	0.236	
0.70	0.213	0.206	0.211	0.206	0.205	
0.80	0.191	0.178	0.190	0.178	0.181	
0.90	0.173	0.156	0.173	0.156	0.162	
1.00	0.158	0.138	0.158	0.138	0.147	

表-2. 集中荷重載荷位置の曲線床版有効幅 ($\nu=0.3$)

分布荷重のときは2乗に比例すると考える。(等断面で曲率半径の異なる曲線梁が変形する際の挙動から仮定)

3. 床版有効幅

理論解析の結果、曲線梁の有効幅には次のようなものが関係していることが明らかとなった。

(1) 荷重状態P (2) 床版幅員と桁長の比 b/l (3) 橋軸方向の断面位置 y/l (4) 床版のポアソン比 ν (5) 曲率半径

R (6) 床版と主桁の剛性比 $\alpha_1 \sim \alpha_4$ 。ここで、 $\alpha_1 = \frac{E_b t b}{E A} (1 + \frac{e_s^2 A}{I_x})$, $\alpha_2 = \frac{G I_t}{E I_y} \frac{b^2}{e_s^2}$, $\alpha_3 = \frac{e_s^2 E A}{G I_t (1 + \frac{e_s^2 A}{I_x})}$, $\alpha_4 = \frac{e_c G I_t}{e_s E I_x}$

これらの影響因子のうち、特に(5)の曲率半径と(6)の剛性比のうち $\alpha_2 \sim \alpha_4$ は曲線梁の有効幅の場合にはじめて関係して

(E_b : 床版の弾性係数, t : 床版厚)

a) 剛性比 $\alpha_2 \sim \alpha_4$ の影響 曲線梁に半正弦波分布荷重が作用する場合の有効幅比 ψ ($\psi = b'/b$) を表-1に、径間中央に集中荷重が作用する場合の載荷位置の有効幅比を表-2に示す。

ここに、 $R = 4l$ (l : 桁長) と $R = \infty$ (直線梁) の場合であり、

その主桁において曲率中心に対して内側の床版の有効幅比を ψ_1 、外側の床版の有効幅比を ψ_2 と記号した。また case は、

case 1 (鋼主桁) $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 0.003$, $\alpha_3 = 4000$, $\alpha_4 = 0.0003$

case 2 (縦列77") $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 6$, $\alpha_3 = 200$, $\alpha_4 = 0.004$

この場合の他にも $\alpha_2 \sim \alpha_4$ を変化させて計算を行ったが表-1, 2

の値とほぼ一致した。さらに表-1, 2 における case 1 と 2 の場合と

比較しても実用上有意な差は認められない。したがって、

剛性比 α_1 をのぞく他の剛性比の影響は無視できると思われる。

b) 剛性比 α_1 の影響 集中荷重が径間中央に作用したときの

その位置における有効幅の値と剛性比 α_1 の関係を表-3に示す。

集中荷重載荷位置の有効幅は、剛性比 α_1 が大きな値をと

るような桁構造の場合、有効幅が小さくなることが認められ

る。この傾向は表中に並記した直線梁の場合と同様である。

c) 橋軸方向の変化 等分布満載荷重載荷と径間中央集中

荷重載荷のときの、 $\alpha_1 = 1$ と $\alpha_1 = 10$ の場合の有効幅比の橋軸方

向の変化の様子を図-2に示す。それぞれ桁の端部または載荷

位置において急激な有効幅の減少が見られ、その傾向は剛性

比 α_1 が大きいほど強いことがわかる。このことは直線梁の場

合においても認められていることである。

d) 曲率半径の影響 表-4には、曲線梁の有効幅の値と桁

の曲率半径との関係を示す。ここでは設計上重要と思われる

集中荷重載荷位置の有効幅の値について、直線梁の場合の値

に対する比率で示してある。曲線梁の有効幅と直線梁の有効

幅との差は、曲率半径が小さいほど、また b/l が大きいほど

増すことが認められる。しかし、実用に供される一般の曲線

多主桁橋の桁長と断面および曲率半径を考慮合わせると、こ

の表-4および表-1~3と図-2より、曲線多主桁橋の床版有効幅

は直線梁のそれに対して実用上無視できるほどの差異(1, 2%

またはそれ以下) しかもないと判断される。

α_1	$b/l = 0.05$			$b/l = 0.10$		
	$R = 4l$		$R = \infty$	$R = 4l$		$R = \infty$
	ψ_1	ψ_2	ψ	ψ_1	ψ_2	ψ
1	0.883	0.884	0.883	0.778	0.784	0.779
2	0.861	0.863	0.861	0.744	0.750	0.746
3	0.846	0.848	0.846	0.722	0.728	0.723
4	0.834	0.836	0.835	0.705	0.711	0.707
6	0.817	0.820	0.818	0.680	0.686	0.682
8	0.805	0.808	0.806	0.662	0.669	0.664
10	0.796	0.798	0.797	0.649	0.656	0.651

α_1	$b/l = 0.20$			$b/l = 0.40$		
	$R = 4l$		$R = \infty$	$R = 4l$		$R = \infty$
	ψ_1	ψ_2	ψ	ψ_1	ψ_2	ψ
1	0.605	0.621	0.611	0.383	0.400	0.386
2	0.568	0.584	0.574	0.359	0.378	0.363
3	0.543	0.559	0.549	0.342	0.361	0.347
4	0.524	0.540	0.530	0.330	0.348	0.335
6	0.498	0.513	0.504	0.312	0.329	0.317
8	0.479	0.495	0.485	0.298	0.316	0.304
10	0.465	0.480	0.471	0.288	0.305	0.294

表-3. 集中荷重載荷位置の曲線床版有効幅と剛性比 α_1 の関係 ($\nu = 0.3$)

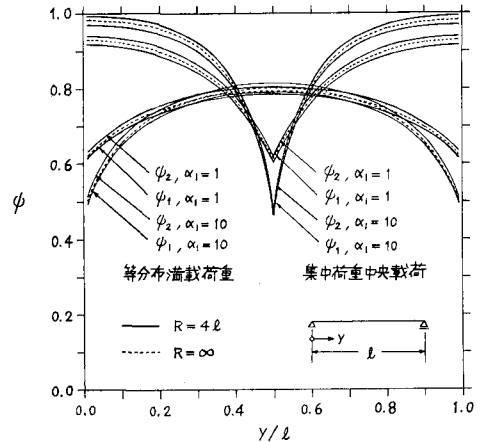


図-2. 曲線床版有効幅の橋軸方向の変化 ($b/l = 0.20$)

R	b/l							
	0.05		0.10		0.20		0.40	
	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2
4l	1.000	1.002	0.997	1.006	0.988	1.019	0.984	1.039
6l	1.000	1.001	0.998	1.004	0.991	1.012	0.987	1.024
10l	1.000	1.001	0.998	1.002	0.995	1.007	0.991	1.013
20l	1.000	1.000	0.999	1.001	0.997	1.003	0.995	1.006
∞	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

表-4. 集中荷重載荷位置における曲線床版有効幅と直線床版有効幅の比 ($\alpha_1 = 4$)