

鹿島建設(株) 正会員 1/2 木 猛
" " 阪 東 浩 造

1. はじめに

一般に構造物の終局荷重を求める問題は、連続体力学上、大変形領域での弾塑性解析と等しい。有限要素法によるこの種の解析は、近年、主に金属の塑性加工解析分野で移動座標系により行われている。¹⁾ 本報告は以上の考え方を地盤の弾塑性解析に適用し、従来の微小変形理論によるものと比較を行い、理論仮定上の違いが結果に対して、どのような影響を及ぼすかについて若干の検討を行う。

2. 解析法の概要

大変形解析では、応力、ひずみの種類により解析法が異なり、また座標系の基準でも種々の組合せが生じる。また、応力状態が塑性領域に入った時、応力-ひずみ関係を規定する構成則が問題となる。これらは個々に大きな研究課題である。ここでは、設計上の立場から弾性、弾塑性の構成則は微小変位仮定のものをそのまゝ用い、特に大変形解析法による違いが結果に及ぼす影響を検討し、これらの位置づけを明らかにしたい。地盤の解析モデルに対し、MEEK²⁾の降伏条件を用い、次の解析法の違いを検討した。(1) 微小変位理論³⁾ (2) TOTAL LAGRANGIAN 解析⁴⁾ (3) UPDATING LAGRANGIAN 解析⁵⁾ およびひずみ非線形項の有無の比較を行った。以下これらについて簡単に述べる。詳細は参考文献を参照されたい。(1) 微小変位理論では、応力、ひずみ、座標系について変形前後の区別は全く行わない。釣合方程式は、EULER 系で表面力 T_i 、物体力 F_i 、変位 u_i 、応力 σ_{ij} 、ひずみ ϵ_{ij} を用い、

$$\int_S T_i u_i ds + \int_V F_i u_i dV = \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 S, V は表面積、体積である。弾塑性解析の降伏曲面は²⁾

$$F = (3J_2 + \sqrt{3}\beta\bar{\sigma}J_1)^{1/2} - \bar{\sigma} = 0 \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 $J_1 = \sigma_{ii}$, $J_2 = 1/2 A_{ij}$, $A_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3 \delta_{ij} \sigma_{kk}$, $P = C^2/\alpha$, $\bar{\sigma}^2 = 3(C^2 - \alpha^2/3)$, $\beta = \alpha/\sqrt{3}\bar{\sigma}$, P : 引張り強度, C : 粘着力, $\alpha, \beta, \bar{\sigma}$: 係数, これらを Fig. 2 に示す。

(2) TOTAL LAGRANGIAN 解析⁴⁾ は、応力、ひずみ、座標系について、変形前後の厳密な区別をし、釣合方程式は Fig. 1 noC (変形前) で考へる。

$$\int_{S_0} T_i^0 v_i dS^0 + \int_{V_0} F_i^0 v_i dV^0 = \int_{V_0} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV^0 \quad \text{----- (3)}$$

$$\text{GREEN のひずみ速度 } \dot{\epsilon}_{ij} = \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial x_j} + \frac{\partial x_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right) \quad \text{----- (4)}$$

σ_{ij} : KIRCHHOFF の応力, S_0, V_0 : 変形前の表面積、体積, x, x : 変形前後の物体座標, u, v : 変位および速度, T_i^0, F_i^0 : 変形前の表面力、物体力を示し、 $x = X + u$ の関係がある。(3) 式は増分形で表わされる。

$$\int_{V_0} (\Delta \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} + \sigma_{ij} \Delta \epsilon_{ij} + \Delta \sigma_{ij} u_{,i} \epsilon_{,j}) dV^0 = \Delta \bar{P}_x^N + \bar{Q}_{xg} \Delta u_g \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 Δ は増分, $\delta \epsilon_{ij}$: ヲリネッカ記号, $\epsilon_{,j}$: 微分, $\Delta \bar{P}_x^N$: 増分荷重, $\bar{Q}_{xg}$: 荷重修正マトリックス, Δu_g : 増分変位, u : TOTAL 変位である。

(3) UPDATING LAGRANGIAN 解析⁵⁾ は、釣合と Fig. 1 の C 状態、つまり、基準座標を常に UPDATE しなばり次の荷重増分に對して求めて行く。したがって系の幾何学的形状は常に最新の座標で表わされる。

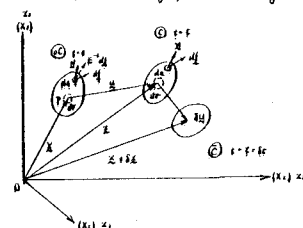


FIG. 1 COORDINATES SYSTEM

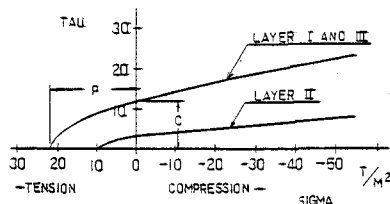


FIG. 2 PARABOLIC YIELD SURFACE

TABLE - 1 MATERIAL PROPERTIES

ELASTIC - PLASTIC ANALYSIS				
PARAMETER	LAYER NO.	I	II	III
ELASTIC MODULUS		$1 \times 10^5 \text{ T/42}$	$1 \times 10^3 \text{ T/42}$	$1 \times 10^3 \text{ T/42}$
POISSON'S RATIO		0.25	0.40	0.25
DENSITY		2.5 T/43	2.5 T/43	2.5 T/43
TENSILE STRENGTH		21.4 T/42	9.91 T/42	21.4 T/42
COHESION - C		12.2 T/42	29.2 T/42	12.2 T/42
BETA - β		0.2	0.1	0.2
ALPHA - α		6.93	0.86	6.93
SIGMA BAR - $\bar{\sigma}$		20.0	5.0	20.0

$$\int_{V_C} (\Delta S_{ij} \delta k_i + S_{ij} \Delta U_{k,i} + \Delta S_{ij} \Delta U_{k,i}) dV_C = \Delta \tilde{P}_x + \tilde{\alpha}_{xg} \Delta U_g \text{---(6)}$$

ここに、 S_{ij} : TOTAL の KIRCHHOFF 応力、 ΔS_{ij} : 増分応力、 $\Delta \tilde{P}_x$ 、 $\tilde{\alpha}_{xg}$: C 状態を基準とする増分荷重、荷重修正マトリックスである。これを(5)式と比較すれば、(6)式は変位がすべて増分であらわされている。

3. 解析モデルおよび結果

Fig. 3 に解析に用いた有限要素図、Fig. 2, TABLE 1 にこれらに用いた降伏条件および各定数を示す。荷重は切欠の 10%, 5% を水平、鉛直に作用させた場合 (Fig. 3, A モデル), 5%, 2.5% の場合 (Fig. 3, B モデル) について、上記の方法による解析を行い、変位、応力、塑性領域、数値安定性の比較を行った。各増分内での釣合いはニュートン・ラッソン法による収束計算を行い、収束条件として、構造系全体のエネルギー変化の比が 10% 以内とした。また、糸の終局荷重の判定法として、各増分で $DET |K|$ を追跡し、この値が急激に低下 (オーダー的) する時点とした。すなわち、これは $COND |K| = \lambda_{max} / \lambda_{min}$ = 最大固有値 / 最小固有値、が急激に大きくなったことを示し、連立方程式に混入する誤差が増大して以降の計算が意味を持たない。解析ケースとして、(1), (2), (3) の解析法について、1) 弾性、2) 弾塑性、3) 有限ひずみ (2 次項)、4) 加工硬化係数 (弾性係数の 0, 0.1, 1, 10%) などの組合せで計 13 ケース行った。Fig. 4 に荷重変位関係、Fig. 5 に塑性領域 (微小変位理論 - UPDATING LAGRANGIAN) を示す。これらから次の結果が得られた。1) 最も早く糸が降伏する解析条件は、微小ひずみ仮定 - TOTAL LAGRANGIAN の組合せであった。2) 有限ひずみ (2 次項) は、特に硬化係数が小さく塑性領域が進展し、塑性ひずみが大さくなるモデルでは無視できない。3) 本解析に用いた体積膨張のめる降伏曲面を使用し、塑性ひずみが大きくなった場合、LAGRANGIAN 解析では、体積変化を考慮した応力を用いるので、応力分布が終局荷重付近でも比較的連続である。

謝辞 - 本報告の一部は、筆者が STANFORD 大学、MARC 研究所で行った。同大学 E. H. LEE 教授、同研究所 P. V. MARCAL 博士には、懇切なる御指導を賜り、心から感謝致します。

参考文献

- 1) E. H. LEE, R. L. MALETT, W. H. YANG, "STRESS AND DEFORMATION ANALYSIS OF THE METAL EXTRUSION PROCESS", COMP. METH. IN APPL. MECH. ENGR., VOL. 10, PP. 339~353, 1977.
- 2) J. L. MEEK, "EXCAVATION IN ROCK, AN APPRECIATION OF THE FINITE ELEMENT METHOD OF ANALYSIS", Y. YAMADA, R. H. GALLAGHER (EDS.), THEORY AND PRACTICE IN FINITE ELEMENT STRUCTURAL ANALYSIS, UNIV. OF TOKYO PRESS, PP. 195~214, 1973.
- 3) R. HILL, "THE MATHEMATICAL THEORY OF PLASTICITY", OXFORD, 1950.
- 4) H. D. HIBBITT, P. V. MARCAL, J. R. RICE, "A FINITE ELEMENT FORMULATION FOR PROBLEMS OF LARGE STRAIN AND LARGE DISPLACEMENT", INT. J. SOLIDS STRUCTURES, VOL. 6, PP. 1069~1086, 1970.
- 5) J. C. NAGTEGALL, J. E. DE JONG, "SOME COMPUTATIONAL ASPECTS OF ELASTIC-PLASTIC LARGE STRAIN ANALYSIS", INT. J. NUM. METHOD. ENGR., VOL. 17, PP. 15~41, 1980.

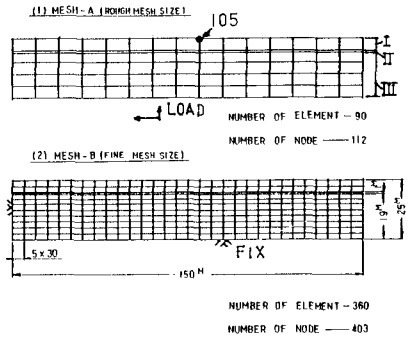


FIG. -3 FINITE ELEMENT MESH FOR THE FOUNDATION MODEL

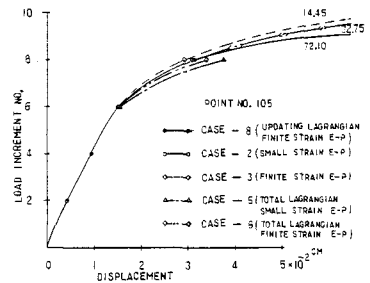


FIG.-4 LOAD - DISPLACEMENT RELATIONS

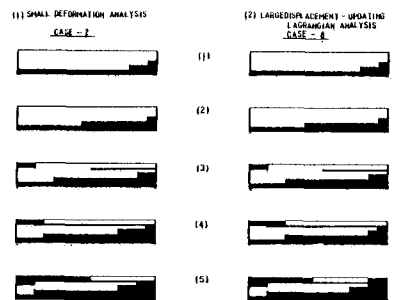


FIG.-5 THE DEVELOPMENT OF PLASTIC REGIONS