

防衛大学校土木工学教室 正 員 〇石川 信隆

, , 学生員 谷中 弘行

, , 正 員 鯉淵 芳伸

1. 緒言 近年、数値計画法(MP)を用いた塑性力学に関する研究が活発に行なわれてきたが¹⁾、その目的は理論の体系化と、簡単でかつ効率的な汎用プログラムの開発にあると思われる。着者らも骨組構造を対象として、主として線形計画法(LP)を利用した崩壊荷重解析、終局変形解析、弾塑性増分解析、最適塑性設計に関する研究を行ってきた。

本研究は、先に報告した修正応力法による地盤上のはりの弾塑性解析²⁾をさらに拡張して、修正変形法による骨組の弾塑性解析の基本式を誘導し、ま

ず地盤-構造系の最も基本形である、地盤上のはりの弾塑性増分解析法の汎用プログラムを開発した。次いで、これを用いて横荷重を受ける杭や円筒形タンク底版の弾塑性解析を行なった。なお、本研究では文献²⁾と同じく次の

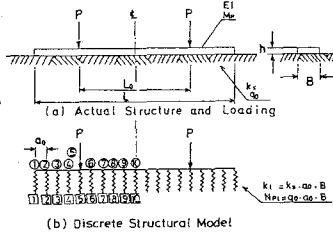


図-1 構造および荷重形式

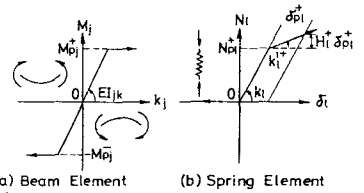


図-2 要素の挙動

仮定に従う。(1) 地盤上のはりは図-1

のような、はり要素とばね要素に分割した有限要素の構造モデルに置換できるものとする。

(2) はり要素及びばね要素の挙動は図-2 (a), (b) のような bilinear 型の弾塑性体であるとし、地盤に引張力は生じないものとする。

2. LP による弾塑性解析の基本式

まず、前回の修正応力法²⁾をマトリックス表示すると表-1 の式(1)のようになる。

すなわち、式(1a) はある要素端の降伏 ($\phi_i=0$) から次の要素端の降伏 ($\phi_{i+1}=0$) までの荷重係数増分 $\Delta\alpha$ を最大にすることを意味し、式(1b) はある荷重増分における構造全体の平衡条件(Equilibrium)、式(1c)は構造全体の弾塑性変形適合条件(Compatibility)、また式(1d)は構造全体の降伏条件(Yield)をそれぞれ示し、さらに式(1e), (1f) は構造全体の塑性流れ条件(Plastic Flow)を意味する。

ただし、 C =構造全体の適合マトリックス； F =節点荷重ベクトル； H =構造全体の塑性マトリックス； N , R =線形化降伏線の単位外向き法線マトリックス および原点からの

表-1 基本式

	Modified Force Method	Modified Deformation Method
Given :	C, F, N, K, H, k^{-1}	C, F, N, K, H, k
Find :	$\Delta Q, \Delta u, \Delta \lambda, \Delta \alpha, \Phi$	$\Delta \alpha, \Delta \lambda, \Phi$
Such that :	$\Delta \alpha \rightarrow \max. \dots (1a)$	$\Delta \alpha \rightarrow \max. \dots (2a)$
Subject to :	$\textcircled{E} C^T \Delta Q - \Delta \alpha F = 0 \dots (1b)$ $\textcircled{C} N \Delta \lambda - C \Delta u + K^{-1} \Delta Q = 0 \dots (1c)$ $\textcircled{Y} \Phi = \bar{\Phi} + \Delta \Phi \leq 0 \dots (1d)$ $\textcircled{P} \bar{\Phi}^T \cdot \Delta \lambda = 0 \dots (1e)$ $\Delta \Phi^T \cdot \Delta \lambda = 0 \dots (1f)$	$\textcircled{E} + \textcircled{C} + \textcircled{Y}$ $N^T Q_e \Delta \alpha + A \Delta \lambda + (-\Phi) = (-\bar{\Phi}) \dots (2b)$ $\textcircled{P} \bar{\Phi}^T \Delta \lambda = 0 \dots (2c)$ $\Delta \Phi^T \Delta \lambda = 0 \dots (2d)$
Where	$\bar{\Phi} = N^T \bar{Q} - H \bar{\lambda} - R$ $\Delta \Phi = N^T \Delta Q - H \Delta \lambda$	$Q_e = k C K_e^{-1} F$ $K_e = C^T k C$ $A = N^T Z N - H$ $Z = k C K_e^{-1} C^T k - k$
then	$Q = \bar{Q} + \Delta Q$ $u = \bar{u} + \Delta u$ $\lambda = \bar{\lambda} + \Delta \lambda$ $d = \bar{d} + \Delta d$	$\Delta u = K_e^{-1} F \Delta \alpha + K_e^{-1} C^T k N \Delta \lambda \dots (3a)$ $\Delta Q = Q_e \Delta \alpha + Z N \Delta \lambda \dots (3b)$

距離ベクトル; II = ひずみ硬化係数マトリックス; ΔQ = 要素端応力増分ベクトル; ΔU = 節点変位増分ベクトル; $\Delta \lambda$ = 塑性乗数増分ベクトル; $\Delta \alpha$ = 荷重係数増分; ϕ = 降伏関数ベクトル; $\Delta \phi$ = 降伏関数増分ベクトル; $\bar{Q}$, $\bar{U}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{\alpha}$, $\bar{\phi}$ = 前荷重段階における要素端応力, 節点変位, 塑性乗数, 荷重係数, 降伏関数ベクトル。

しかるに, 式(1)による修正応力法では, マトリックスサイズが大きくなり計算の効率性があまり良くなかったため, ここではさらに計算効率が高くしかも応用範囲の広い修正変形法による基本式を式(2)のように導いた。

すなわち, まず式(1c)と式(1b)より ΔU が表-1の式(3a)のように, 次に式(3a)と式(1c)より ΔQ が表-1の式(3b)のように得られ, 式(3b)と式(1b)を用いて式(2b)が導かれる。よって, 式(2b)は平衡条件(E), 変形適合条件(C)および降伏条件(Y)の3つの条件を同時に満足した式となっている。ただし, kg = 構造全体の剛性マトリックス;

3. 計算例 まず本法の妥当性を検証するため, 図-3に示すような既住³⁾の横荷重を受ける杭の弾塑性解析を行なった。横方向地盤反力の係数 k_s は深さ方向に一定とし, 極限地盤反力 q_0 はBromsの仮定に従うものとしている。³⁾図-4, 5は根入れ深さ比

$l/b = 12.5$ と 5.0 の場合の各荷重段階における杭のたわみ曲線および曲げモーメント分布をそれぞれ示したものである。図-6は崩壊機構を示したもので, これらの値は既住の値³⁾(カッコ内の値)とほぼ一致することが認められた。ただし, P_c/CB^2 は崩壊荷重 P_c を無次元化したものである。図-4, 6より $l/b = 12.5$ の長い杭の場合は杭の下部がほとんど変形せず杭の水平抵抗は杭材の強度(M_p)により最終的に決まることが分る。一方, 図-5, 6より $l/b = 5.0$ の短い場合は杭全体がほとんど変形することなく, 地盤の降伏により転倒の状態に崩壊に達する。また, $l/b = 10.0$ 以上になると崩壊荷重は一定値となり, 水平荷重に対して必要以上の根入れ深さは無意味であることが分る。

4. 結 言 (1) LPによる弾塑性解析法は, ある要素の降伏($\phi_i = 0$)から次の要素の降伏($\phi_{i+1} = 0$)までの荷重間隔 $\Delta \alpha$ を目的関数としているため, 効率的な計算が可能である。(2)従来の応力法に比し, マトリックスサイズを大幅に縮小でき, 計算容量で約 $1/4$, 計算時間で約 $1/6$ 短縮できた。(ただし, ディストップコンピュータ YHPシステム 45B使用) (3)川井モデルによる横荷重を受ける杭の弾塑性解析³⁾の結果とはほとんど合致した。(4)円筒形タンク底板の弾塑性解析への応用も可能である。

参考文献: 1) Cohn, M. Z. & Maier, G., Engineering Plasticity by Mathematical Programming, P.587 Pergamon Press, 1979. 2) 石川, 永木, 牧野: 線形計画法による地盤上の梁の弾塑性解析, 第35回土木学会年講, I-43, 昭和55年9月。 3) 竹田, 神屋, 川井: 新しい梁要素による地盤を考慮した骨組構造物の極限解析, 第27回構造工学シンポジウム, 1981, 2, PP.169~197。

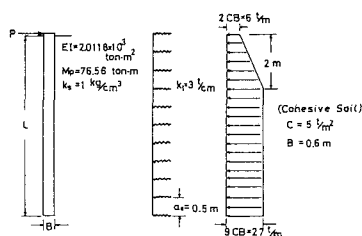


図-3 構造および荷重形式

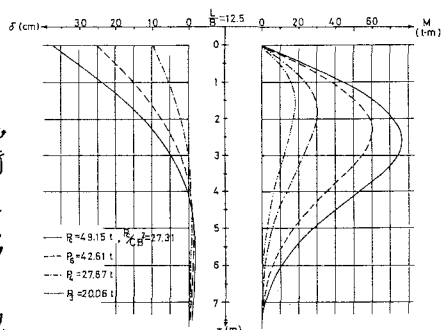


図-4 杭のたわみ曲線と曲げモーメント分布($l/b = 12.5$)

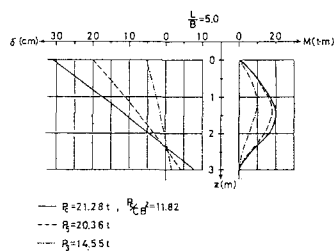


図-5 杭のたわみ曲線と曲げモーメント分布($l/b = 5.0$)

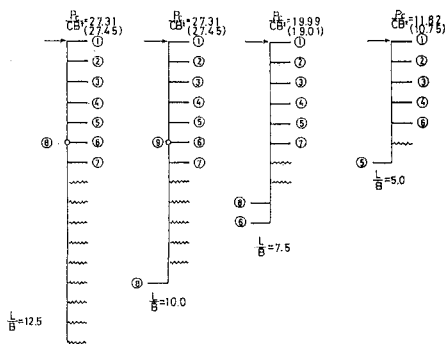


図-6 崩壊機構