

東京工業大学 正員 吉田 裕
 新日本製鉄㈱ 正員 広沢規行
 東京工業大学 学生員 藤崎恭功

1. はじめに 本報告は、著者らが立体トラス構造を対象として開発した大変形解析法を説明し、解析によ、明らかにする事ができたトラスドームの崩壊過程の詳細を報告するものである。

2. 全体座標系から部材座標系への節点変位の変換 全体座標系(X, Y, Z-系)に対する部材座標系(z*-系)を図-1のように定義すると、部材座標系における変位 u は、部材軸z方向の伸びに等係づけられる。オ(n)及びオ(n+1)釣合段階における全体座標系での節点座標ベクトル
$$X_{(n)} = X_{(0)} + U_{(n)}, X_{(n+1)} = X_{(0)} + U_{(n)} + \Delta U \quad (1)$$
 $U_{(n)}, \Delta U_{(n)}$ は、それぞれ右式で表わされる(図-2参照)。

但し、添字(*)は部材座標系を、添字(0), (n)はそれぞれ初期段階、オ(n)釣合段階での状態を表わすものとする。

この $U_{(n)}, \Delta U_{(n)}$ の部材座標系への変換は、部材座標軸zへの正射影をとる事により、次のように与えられる。但し、 $\lambda_{(n)}$ は、zの軸と全体座標系(X, Y, Z-軸)との
$$\hat{x}_{(n)}^* = \begin{Bmatrix} x_{(n)}^* \\ y_{(n)}^* \\ z_{(n)}^* \end{Bmatrix} = T_{(n)} \cdot X_{(n)} \quad T_{(n)} = \begin{Bmatrix} \lambda_{(n)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{(n)} \end{Bmatrix} \quad (2)$$
 方向余弦ベクトルである。(図-3参照)
$$\hat{x}_{(n+1)}^* = T_{(n+1)} \cdot X_{(n+1)} = (T_{(n)} + \Delta T) \cdot X_{(n+1)},$$

部材座標系での節点変位増分ベクトル Δu は、式(1), (2)より次式のように表わせる。但し、変換行列 G は、節点1を基準とした相対量になおす
$$\Delta U^* = G \cdot (\hat{x}_{(n+1)}^* - \hat{x}_{(n)}^*) = G \cdot T_{(n+1)} \cdot \Delta U + G \cdot \Delta T \cdot (X_{(0)} + U_{(n)}) \quad (3)$$
 ための行列である。

3. 部材増分釣合方程式 オ(n)からオ(n+1)釣合段階に至る迄の、全体座標系での節点力増分 ΔF は、部材座標系では、右式のように
$$\Delta F = T_{(n+1)}^T \cdot \Delta f^* + \Delta T^T \cdot f_{(n)}^* \quad (4)$$
 表わせる。

更に、個々の部材について、部材座標系での節点力増分 Δf^* と、節点変位
$$\Delta f^* = K^* \cdot \Delta U^* \quad (5)$$
 増分 ΔU^* が、線形な剛性行列 K^* により右式のように関係づけられるものとする。

式(3)を式(5)に代入したものを式(4)に代入すれば、部材増分釣合方程式は、次式のように得られる。なお、次式中の $T_{(n+1)}$ 及び ΔT は、 ΔU
$$\Delta F = T_{(n+1)}^T \cdot K^* \cdot G \cdot T_{(n+1)} \cdot \Delta U + T_{(n+1)}^T \cdot K^* \cdot G \cdot \Delta T \cdot (X_{(0)} + U_{(n)}) + \Delta T^T \cdot f_{(n)}^* \quad (6)$$
 の状態である。

4. 部材増分釣合方程式の解析過程 式(6)を、まず2段階近似によ、精度のよい近似解を求め、次にその近似解を基にして反復修正計算を行うという方法で解く。図-5において、オ(n)段階釣合状態(点A)が既知とし、オ(n+1)段階釣合状態(点H)を求めるものとする。まずオ1近似として、 $T_{(n+1)}$ を点Aでの値 $T_{(0)}$ で近似し、 ΔT は点Aで線形化して解く(点Cが求まる)。次に、オ2近似として、 $T_{(n+1)}$ をオ1近似釣合点Cでの値 $T_{(c)}$ で近似し、 ΔT は増分曲の平均的な変化率を与えるために、ACの中点Bにおいて線形化して解く(点Eが求まる)。オ3近似以降においては、 ΔT の線形化は行わず、 $T_{(n+1)}$ と同様に1つ前の近似釣合点での値で近似する。

5. 解析例 鉛直方向均分分布荷重が作用するトラスドームの崩壊挙動の解析例を示す。解析対象の諸元及び形状は、表-1及び図-6に示す。解析では、各節点をピン結合とし、外周をヒンジ支点で固定した219自由度の構造とした。図-7は、ドーム頂点の鉛直変位~荷重関係である。図中のステップ番号に対応した状態でのドームの崩壊挙動を図-8に示す。本解析では、ドームが完全に反転してしうような超大変形領域まで、その挙動を明らかにしている。

6. おわりに トラスドームの大変形領域においては、種々の釣合経路が複雑に交錯するが、ここに得られた結果は、その中の1つの解である。

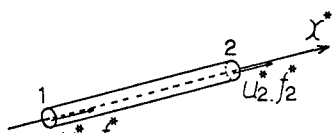


図-7 部材座標系

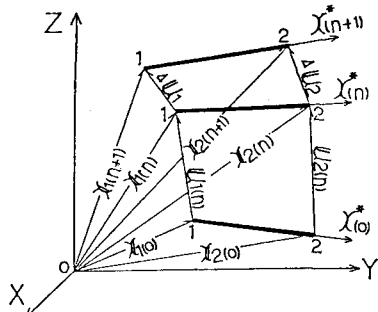


図-2 全体座標系と部材座標系

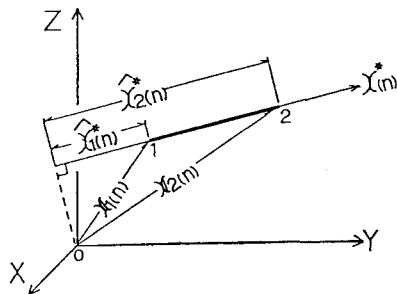


図-3 節点座標の座標変換

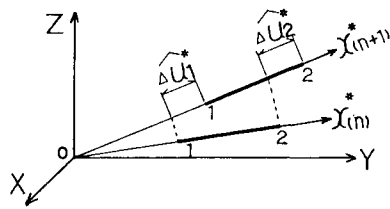


図-4 部材座標系での節点変位増分

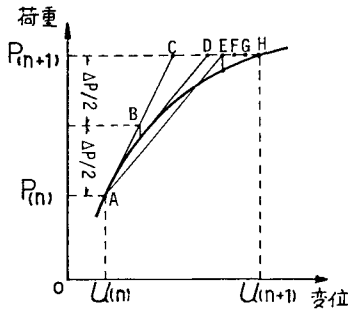


図-5 解析過程の概念図

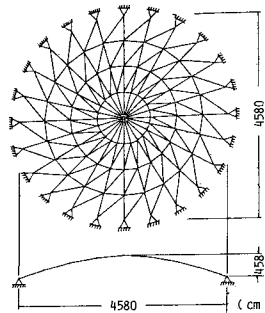


図-6 トラスドームの形状

表-1 トラスドームの諸元

ライズ*	458 cm
スパン	4580 cm
ライズスパン比	1/10
部材断面積	32 cm ²
弾性係数	2.1×10 ⁶ kg/cm ²
節点数	97
部材数	240

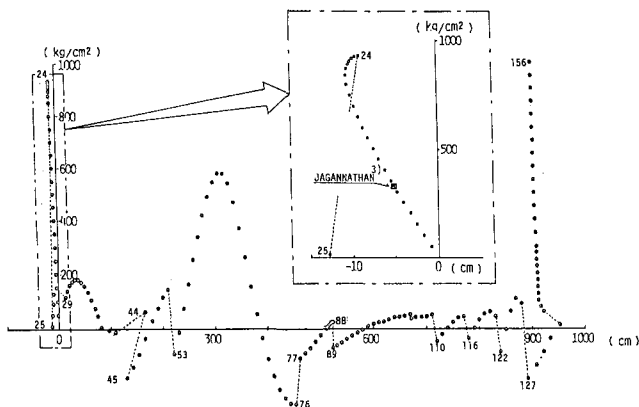
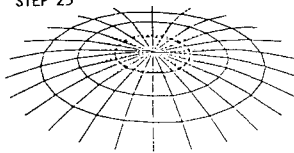
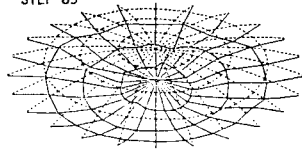


図-7 トラスドーム頂点の荷重へ鉛直変位関係

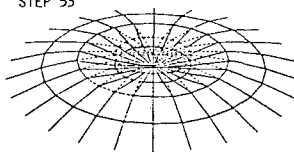
STEP 25



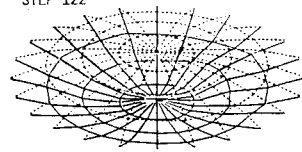
STEP 89



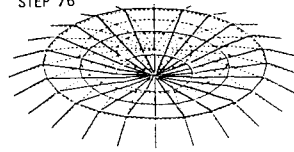
STEP 53



STEP 122



STEP 76



STEP 156

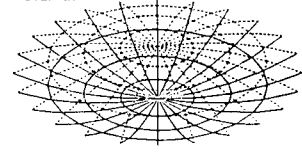


図-8 トラスドームの変形図(見取図)

参考文献 1) 吉田, 増田, 松田: 薄板で構成される立体構造の弾塑性大変位非線形要素解析法, 土論集, No. 288, 1979.8, 2) 吉田, 増田, 森本, 石沢: 立体骨組構造の増分つり合い方程式とその解法, 土論集, No. 300, 1980.8, 3) Jagannathan, D.S., H.I. Epstein, P. Christiano: Nonlinear Analysis of Reticulated Space Trusses, Proc. ASCE, J.S. Div., Vol. 101, No. ST12, Dec., 1975, pp. 2641-2658