

徳島大学工業短期大学部 正会員 ○平尾 潔
 徳島大学工学部 正会員 児嶋 弘行
 徳島大学工学部 正会員 成行 義文

1. まえがき 平面骨組の非線形挙動をより正確に算定するためには、塑性域の拡がり（非弾性断面における非線形なM-中関係）を考慮した解析が必要となるが、この塑性域の拡がりを厳密に考慮して骨組全体の解析を行なうことはかなり困難となる。それゆえ、既往の解析では、部材の非弾性部分を適当な部材要素に分割して分割長における曲率と数値積分等で求め、分割要素内のM-中関係は直線的に変化するものとみなして解析する方法がよく用いられている。しかし、このような解析法は、汎用性に優れている反面、部材の分割数にも節点を設けて解析する関係で計算機の演算時間、記憶容量等は必然的に不利となり、部材の分割数によつて精度も異なるという欠点がある。そこで本研究では、部材の分割に伴うこのような欠点を改良を加えることを目的として、つぎの3で述べるような、等価曲率を用いて部材を分割しない弾塑性解析法について研究し、2, 3の解析結果をもとに、その精度ならびに演算時間について若干の比較検討を試みた。

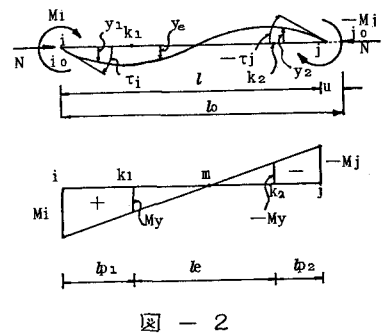
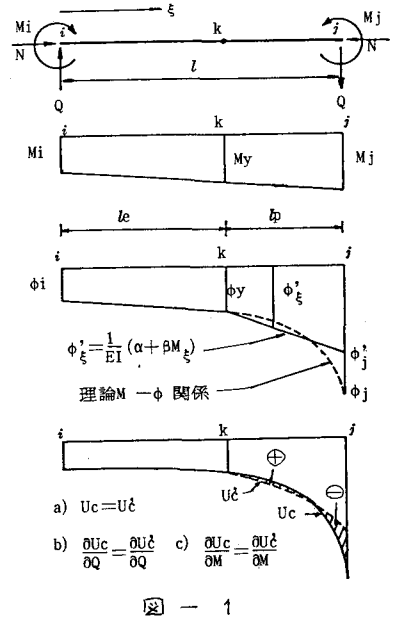
2. 解析上の仮定 本解析では、1) 曲げと軸力、および、曲げとせん断力との降伏相関関係は無視する。2) 材料の σ - ϵ 関係は完全弾塑性型とし、ひずみ硬化ならびに残留応力の影響は無視する。3) 部材カー部材変形関係（図-2参照）における幾何的非線形性は無視する。4) 部材の非弾性部分における曲率 ϕ_s は曲げモーメント M_s の一次式で表わされるものとする。5) 微小荷重増分間のM-中関係は一定とする、などの仮定を設けている。

3. 等価曲率 仮定4)より、図-1に示すように部材 ij の非弾性部分 ik における曲率 ϕ_s と、 ik 断面の曲げモーメント M_k 、 M_i および、曲率 ϕ_i 、 ϕ_j を用いて、式(1)のように表わす。

$$\phi_s = \frac{1}{EI}(\alpha + \beta M_s) \quad \text{--- (1)}, \quad \text{ここで、} \begin{cases} \alpha = (\phi_i M_i - \phi_j M_j) / \Delta\phi \\ \beta = (\phi_j' - \phi_i') / \Delta\phi \end{cases}$$

$\Delta\phi = (M_i - M_j) / EI$ であり、係数 α 、 β に含まれる ϕ_i' は、理論M-中関係より求めた部材全体の補正エネルギー U_c 、式(1)の近似関係より求めたそれを U_c' として、a) $U_c = U_c'$ 、b) $\partial U_c / \partial Q = \partial U_c' / \partial Q$ c) $\partial U_c / \partial M = \partial U_c' / \partial M$ などの条件より決定する。すなわち、近似M-中関係、式(1)を定めるために必要な j 端の曲率 ϕ_j' を理論関係式より求めた補正エネルギー U_c 、 ik 端の k わみ $\delta = \partial U_c / \partial Q$ 、 ik 端 k わみ角 $\theta = \partial U_c / \partial M$ と近似式より求めたそれとが等価となるようにしようとするものであり、その意味で、本文ではこのようにして求めた曲率 ϕ_j' と等価曲率とよぶことにした。

4. 変形法の基本式（部材法式） 図-2に示すように、 i 、 j 両端側に非弾性域 l_{p1} 、 l_{p2} をもつ部材の部材力を $S^* = \{N, M_i, M_j\}^T$ 、部材変形を $U^* = \{U, \tau_i, \tau_j\}^T$ とすれば、これらの関係はつぎのようにならして得られる。すなわち、仮定1), 3)より、 $N = EA \cdot U / l_0$ --- (2)



と表わされ、Mとzとの関係は、 k_1, k_2, k_3 部分に対するたわみ曲線をそれぞれ η_1, η_2, η_3 とすれば、曲げに関する微分方程式は、式(1)より、 $\eta_1' = (\alpha_1 + \beta_1 M_3)/EI \dots (3)$ 、 $\eta_2' = M_3/EI \dots (4)$ 、 $\eta_3' = (\alpha_2 + \beta_2 M_3)/EI \dots (5)$ と表わされるから、 $M_3 = M_i + (M_j - M_i)z/l$ 式(3)~(5)に代入して η_1, η_2 を求め、 k_1, k_2, k_3 長における境界条件、 $z=0$ で $\eta_1' = \eta_2'$ 、 $\eta_2 = 0$ 、 $z=l_1$ で $\eta_1' = \eta_2'$ 、 $\eta_1 = \eta_2$ 、 $z=l_1+l_2$ で $\eta_2' = \eta_3'$ 、 $\eta_2 = 0$ と考慮してつぎのように得られる。

表-1

$$M_i = \frac{EI}{xl} (C_1 C_i - C_2 C_j) - \left(\frac{C_5}{x} \alpha_2 + \frac{C_6}{x} \alpha_1 \right) \dots (6)$$

$$M_j = \frac{EI}{xl} (-C_3 C_i + C_4 C_j) - \left(\frac{C_7}{x} \alpha_2 + \frac{C_8}{x} \alpha_1 \right)$$

C ₁	$2x^3 - 4\beta_1 x^2 + 6\beta_1 k_1 x - 2\beta_1 (2 + x^2)$
C ₂	$2x^3 - 2\beta_1 (2x^2 - 3x^3) + 2\beta_1 (x^3 - 1) + 6\beta_1 (x^3 - x^2)$
C ₃	$6x^3 - 2x^2 + 2\beta_1 (2x^2 - 3x^3) + 2\beta_1 (x^3 - 3x^2 - 1) + 2\beta_1 (6x^3 - 3x^2)$
C ₄	$-6x^3 + 2x^2 + 2\beta_1 (6x^3 - 6x^2 - 2x^3) + 2\beta_1 (3x^3 - x^2 - 2) + 2\beta_1 (6x^3 + 3x^2 - 9x^2)$
C ₅	$\beta_1 (4x^3 x^2 - 3x^3 x^2 - 4x^3 + 3x^2) + \beta_1 (2x^2 - 2x^3 - 3x^2 + 4x^2 - 1) + \beta_1 (-3x^3 + 6x^3 - 3x^2) - 2x^3 + 2x^2$
C ₆	$2x^3 - \beta_1 x^3 + \beta_1 (-2x^3 - 4x + 3x^2) + \beta_1 (6x^3 - 3x^2 x^3)$
C ₇	$-2x^3 + 8x^3 - 6x^3 + \beta_1 (8x^3 - 3x^2 x^3 + 9x^3 - 6x^3 x^2 + 4x^3 - 6x - 4x^2)$
C ₈	$+ \beta_1 (2x^3 - 6x^3 + 9x^3 - 2x^3 - 1) + \beta_1 (12x^3 - 15x^3 + 8x^3 - 3x^3)$
C ₉	$-6x^3 + 2x^3 x^3 - \beta_1 x^3 + \beta_1 (6x^3 - 2x^3 - 3x^2 + 2x) + \beta_1 (5x^3 + 6x^3 x^2 - 3x^3 x^2 - 12x^3 x)$
C ₁₀	$\beta_1 (2x^3 x^3 - 3x^3 x^3) + \beta_1 x^3 + \beta_1 (4x^3 - 6x^3 x^2 + 6x^3) - \beta_1^2 x^3 + \beta_1 (2x^3 - 3x^3)$
C ₁₁	$+ \beta_1 x^3 (4x^3 - x^3 - 9x^3 + 6x^3) + \beta_1 x^3 (6x^3 - 4x^3 - 2x^3 - 4x + 3x^2 x^2) + \beta_1 x^3 (3x^3 - 2x^3 - 1)$
$\alpha_1 = (k_1 M_j - \eta_j M_i) / \Delta \eta_1$, $\alpha_2 = (\eta_j M_j - \eta_i M_i) / \Delta \eta_1$, $\beta_1 = (\eta_j - \eta_i) / \Delta \eta_1$ $\Delta \eta_1 = (M_j - M_i) / EI$, $\Delta \eta_2 = (M_j - M_i) / EI$, $\beta_2 = \beta_1 - 1$, $\beta_3 = \beta_1 - 1$, $x' = (\eta_1 + k_1) / l$, $x = \eta_1 / l$	

ただし、係数 x, α, C_i 等は表-1 のようである。なお、 i 端側、および、 j 端側のみに非弾性域が発生している部材では、表-1 の諸係数をそれぞれ、 $l_{p2} = \alpha_2 = 0$ 、 $\beta_2 = \beta_3 = 1$ 、および、 $l_{p1} = \alpha_1 = x = 0$ 、 $\beta_1 = 1$ とすればよい。つぎに、式(5)、(6)をまとめれば、 $S^* = R^* \cdot U^* + C^* \dots (7)$ と行列表示され、以下、部材座標系に対する変換行列 B、座標変換行列 R を用いて、基準座標系に対する基本式が周知の方法で得られる。

5. 計算例 解析結果の詳細については講演会当日発表することとし、ここでは、矩形断面からなる片持梁が自由端に鉛直荷重をうける場合の簡単な結果を図-3~5に示す。図-3は荷重増分 $\Delta P = 0.1t$ とした場合の P- δ 関係と、 η_1 を $U_c = U_c$ の条件より求めた解析結果と部材を通り(図-3参照)に分割した既往の解析結果と比較して示したものであり、図中の表には演算時間の比較も示している。また、図-4は本解析法で $U_c = U_c$ の条件より η_1 を求めた場合の荷重増分 ΔP の相違による P- δ 関係と演算時間の比較を示している。図-5は、本文3.で述べた(a)~(c)の3通りの方法で等価曲率 η_1 を求めた場合の本解析法における P- δ 関係と比較して示している。

6. 結論 本研究で得られた主な結果を列挙しておけば、1) 荷重増分の大きさ、部材の分割数にもよるが、本解析法の方が演算時間、精度の両面から考えて、部材を分割する既往の解析法よりも有効と思われる、2) 荷重増分の大きさにもよるが本解析法では理論値よりも変位が小さくなる傾向がある、3) 本解析法をさらに実用的なものとするためには塑性域の広がりの影響を塑性関数に集約するなどの工夫が必要と思われる、などである。

7. 参考文献 1) 平尾潔：鋼構造平面骨組の非線形挙動と終局耐力に関する研究、京都大学学位論文、オ1313号、1980年7月。 2) 山崎・太田・石川：補正エネルギー法による直線材構造物の弾塑性解析、土木学会論文集、オ134号、1966年、10月。

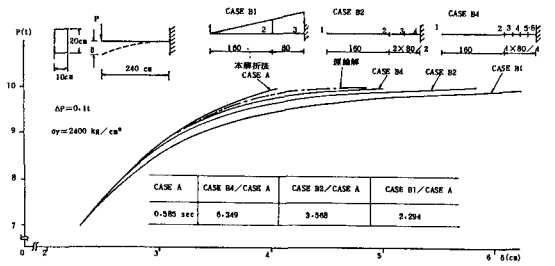


図-3

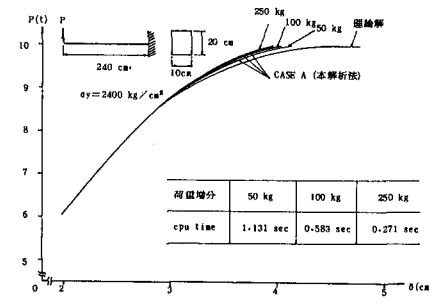


図-4

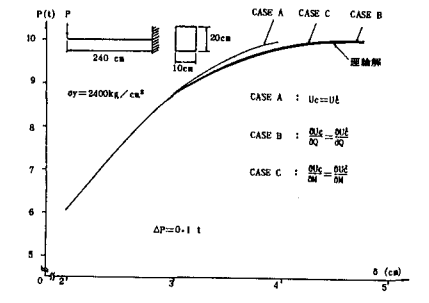


図-5