

名古屋大学 学生員 草間 晴幸

名古屋大学 正員 福本 秀士

1. はじめに 繰り返し荷重を受ける構造物の荷重履歴特性については、従来、単一郎材または簡単なラーメンを対象として、耐震設計の見地より数多くの研究が行なわれているが、これらを構成する板要素に対する履歴特性についての解析的研究はほとんど行なわれていない。著者らは先に繰り返し面外荷重を受ける周辺単純支持板に対して、幅厚比、荷重状態を種々変化させることにより、いくつかの興味ある特性を解析的に明らかにした。〔文献1〕本論文は、その研究の継続として、繰り返し面内荷重を受ける板の履歴挙動を数値計算的に求めたものである。

2. 解析手法 解析の対象としたのは、曲げに対しては単純支持、シャイブ作用に対しては周辺のせん断力による拘束がなく、一方向の対辺に一樣変位を受け、それと直角方向の対辺においては拘束が自由である薄板である。Theory of the intermediate class of deformation による面内力を受ける薄板の釣り合い、および適合条件式は次式で表わされる。

$$\Delta \Delta w = \frac{1}{D} L(\phi, \bar{w}) \quad (1)$$

$$\Delta \Delta \phi = \frac{E}{2} \{ L(\bar{w}, \bar{w}) - L(w_0, w_0) \} \quad (2)$$

ここで、 Δ : Laplacian, D : 板の曲げ剛度, E : 弾性係数, t : 板厚, w : たわみ, ϕ : 応力関数, $\bar{w} = w + w_0$, w_0 : 初期たわみである。また非線形演算子 L は次式で定義される。

$$L(\phi, \bar{w}) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \quad (3)$$

さらに、式(1), (2)に対して塑性変形の影響を考慮することができる項を加える。

$$\Delta \Delta w = \frac{1}{D} L(\phi, \bar{w}) - \frac{1}{t} \sum (K \cdot I_{K_m})_w \quad (4) \quad \Delta \Delta \phi = E \left[\frac{1}{2} \{ L(\bar{w}, \bar{w}) - L(w_0, w_0) \} - \sum (K \cdot I_{K_m})_\phi \right] \quad (5)$$

式中、 K は次式で表わされる演算子マトリックス, I_{K_m} , I_{K_n} は塑性変形に従属するベクトル量である。

$$K = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right], \quad I_{K_m} = \left[\mu \left(\frac{\partial f}{\partial m_x} + \nu \frac{\partial f}{\partial m_y} \right), \mu \frac{\partial f}{\partial m_y} + \nu \frac{\partial f}{\partial m_x}, (1-\nu) \mu \frac{\partial f}{\partial m_{xy}} \right], \quad I_{K_n} = \left[\mu \frac{\partial f}{\partial n_x}, \mu \frac{\partial f}{\partial n_y}, \mu \frac{\partial f}{\partial n_{xy}} \right] \quad (6)$$

ここで、 ν : ポアソン比, f : 塑性ポテンシャル, μ : 塑性流れ係数, m_x, m_y, m_{xy} は板の曲げ応力, 膜応力の各成分を全塑性モーメント, 塑性軸力でそれぞれ無次元化したものである。非線形連立方程式(4), (5)に対して閉じた型の解を得るために、式(4)右辺の第1項、第2項の非線形関数をそれぞれ Π , Φ に、また式(5)右辺〔〕内の第1項、第2項の非線形関数をそれぞれ Λ , Γ と置き、これらの関数と w および ϕ の特解部分 ϕ_p をフーリエ重級数に展開する。さらに、板全体を矩形セグメントに分割し、4つの非線形関数はこのセグメントで一一定とし、しき地におけるこれらの値を Π_i , Φ_i , Λ_i , Γ_i で表わす。その結果、式(4), (5)の解は次式となる。

$$w = \frac{16}{\pi^2} \delta_{ij} \left\{ \frac{1}{5} \Pi_i F_{ij} - \frac{1}{5} (\Phi_i)_w F_{ij} \right\} \quad (7) \quad \phi_p = \frac{16E}{\pi^2} \delta_{ij} \left\{ \Lambda_i F_{ij} - (\Gamma_i)_\phi F_{ij} \right\} \quad (8)$$

ここで F_{ij} は影響係数, δ_{ij} はクロネカデルタ, 添字 i, j に対しては総和規約が成立する。またシャイブ作用に関する境界条件を満足するために、応力関数の補正解を加える。兎は参考文献〔2〕に示されるように、一定の応力場と軸力およびせん断力の調整力に対する Levy 型の応力場との和で与えられる。最終的に面内力を受け、載荷対辺において一樣変位を生じる板の解は

$$w = \frac{16}{\pi^2} \delta_{ij} \left\{ \frac{1}{5} \Pi_i F_{ij} - \frac{1}{5} (\Phi_i)_w F_{ij} \right\} \quad (9) \quad \phi = \frac{16E}{\pi^2} \delta_{ij} \left\{ \Lambda_i F_{ij} - (\Gamma_i)_\phi F_{ij} \right\} + \frac{4}{\pi} \delta_{ij} \left\{ (m)_k G_e + 2(t_e H_e + t'_e H'_e) \right\} - \frac{1}{2} \alpha_i \delta^2 \quad (10)$$

式中、 G_e, H_e, H'_e は調整力の離散値 p_k, t_k, t'_k に対する影響係数である。式(9), (10)から分かるように、塑性に関する物理量が自己平衡にある仮想的な荷重として、たわみへの補正項となっている。弾性限界を越えた非弾性領域からの除荷過程において、この仮想荷重が自己平衡のまま残留し、その結果、残留塑性変形を生じさせることになる。よって式(9), (10)を用い、負荷-除荷過程に対する履歴挙動と連続的に解析することが可能となる。

3. 計算結果 計算例として幅厚比 $b/t=80$ および 40 の正方形板の解析を行った。降伏点は SS41 部材を対象とし $\sigma_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$ とし、初期たわみは $w_0/t = 0.1$ を採用した。図-1 は $b/t=80$ における面内作用荷重と端変位 (edge displacement) との関係を示したものである。荷重は座標軸に示されたパラメーターで無次元化しており、変位 Δ が正の時に圧縮荷重が作用していることを示す。端変位 Δ を増加させると弾性座屈荷重 σ_y を越え後座屈領域に達し、その後弾性限界点に到達する。この時、板のコーナーセグメントが塑性状態に達したことを示す。弾性限界点から 5% の荷重増加で終局状態となる。 ($\sigma_u = 1700 \text{ kg/cm}^2$) 弾性限界点と終局状態との間の任意の点から除荷し、除荷開始時の圧縮変位と同量の引張り端変位が生じるまで端変位を逆方向に作用させ、除荷による等動を観察することができる。図には原点から除荷した曲線を示す。図に示されるように引張りによる塑性変形の進展は生じない。この原因は次のように考えられる。圧縮変位を作用させると面外方向のたわみが生じ、そのたわみによる曲げモーメント応力が発生する。式 (3) 中の塑性ポテンシャルは、von Mises 型の曲げ応力と軸応力が連成した形式の関係であり ($\phi = \phi_m + \phi_n$)、後座屈領域においては塑性ポテンシャルに対する曲げ応力の寄与が大きいが、引張り応力状態になると面外方向のたわみが消滅し、塑性変形を生じさせて自己平衡を保っている仮想荷重が残留しているにもかかわらず、塑性開始の条件を満たすことができないのである。また仮想荷重が変化しないので、引張り応力状態後の再圧縮に対しては除荷曲線をそのまま再び、たどっていくことになる。図-2 には、図-1 と同じ板の面内荷重と板中央点のたわみとの関係が示してある。上述したように、引張り端変位による面外たわみの消滅を観察することができる。また、どのように引張り端変位が増加しようとも、面外初期たわみと反対方向へのたわみは発生せず、最終的には塑性膜の状態に接近していくことになり、工学的認識と考え合わせて、本解析の妥当性が認められると思われる。

図-3 には $b/t=40$ における面内作用荷重と端変位との関係を示す。この場合には、後座屈領域が顕著に現れられない内に塑性領域になってしまうため、曲線がほぼ線形理論曲線と接近した状態となる。また弾性限界点から終局強度 ($\sigma_u = 2520 \text{ kg/cm}^2$) までは 1% の増加しか生じない。除荷開始時の圧縮端変位と同量の引張り端変位を作用させても $b/t=80$ の場合と同様、塑性領域の進展は生じない ($\sigma_y/\sigma_u = 0.9$) ことがわかった。以上、若干の計算例を示したが、溶接による残留応力の影響など、問題が残っていると思われる。

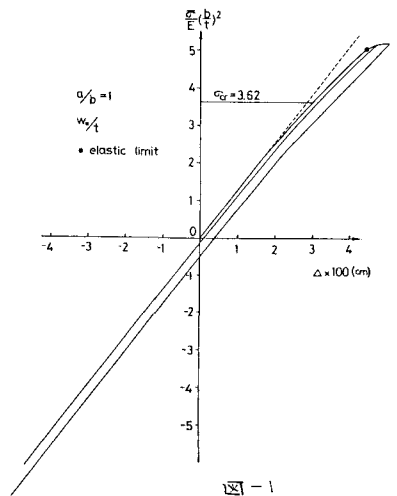


図-1

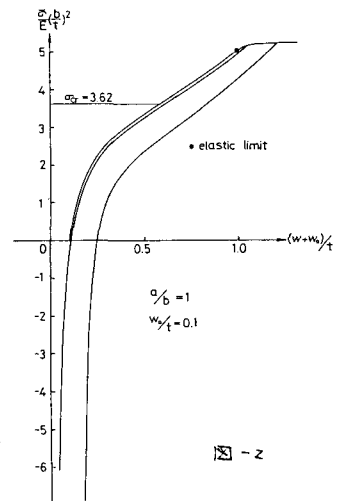


図-2

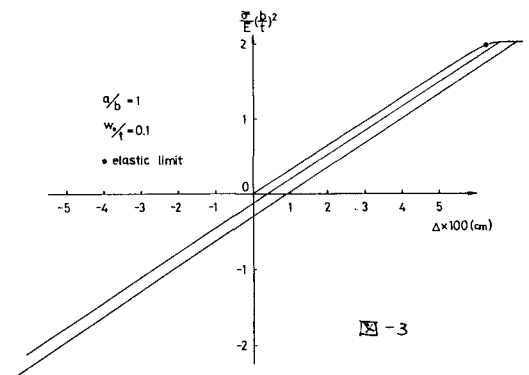


図-3

【参考文献】 1. 草間, 福本, 第35回年次学術講演会講演概要集工, pp. 87~88

2. 岡村, 吉田, 土木学会論文集 第206号 1972年10月 pp. 1~11.