

CRC 正員 〇 渡辺 隆之
東大工 矢川 元基

1. はじめに

き裂先端血癆に大規模な塑性変形を伴うような破壊挙動の解析においては、線形破壊力学に代って弾塑性破壊力学を適用しなければならぬ。この弾塑性破壊力学においては、き裂先端血癆における応力場の特異性の強さを表わすパラメータとして有効なJ積分が、Rice⁽¹⁾によって提案されている。このJ積分は、線形あるいは非線形弾性体に対して定義されエネルギー解放率という物理的な意味をもつ経路独立な線積分であるが、き裂の進展開始あるいはき裂成長挙動の予測に因する問題に対して応用するための研究が行われている。

ここでは、このJ積分に関して各種条件下での比較計算を行、たのでその結果を示す。また実験結果との比較を行、たのでその結果についても示す。

2. 理論

2.1 経路積分法 J積分は、線形あるいは非線形弾性体に対して Rice⁽¹⁾が次式を定義した。

$$J = \int_P (w \, dy - T_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \, ds) \quad (1)$$

ここでPは、き裂先端を囲む経路(図1)、 T_{ij} はPに沿って定義される表面力($T_{ij} = \sigma_{ij} n_j$)、 u_i は変位、 ds はPに沿った微小要素の長さ、 w は次式によって定義されるひずみエネルギー密度である。

$$w = w(\epsilon_{ij}) = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} \, d\epsilon_{ij} \quad (2)$$

ここで σ_{ij} と ϵ_{ij} は応力とひずみのテンソルである。なお式(1)の経路独立性は、証明されている。式(1)は、塑性変形を伴うとエネルギー解放率としての物理的意味を失うため、青木他⁽²⁾は塑性ひずみがある場合に対して拡張を行っている。

$$\hat{J} = \int_P w \, dy - \int_P T_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \, dp + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^e)}{\partial x} \, dA \quad (3)$$

ここで $w^e = \int_0^{\epsilon_{ij}^e} \sigma_{ij} \, d\epsilon_{ij}^e$ であり、 ϵ_{ij}^e 、 ϵ_{ij}^p 、 ϵ_{ij}^0 は弾性、塑性、熱ひずみテンソルである。式(3)もまた積分経路に依存しない式となっている。

2.2 仮想き裂進展法 非線形弾性体においてJ値は、き裂進展量 a に関するポテンシャルエネルギーの減少率に等しいことから、Parks⁽³⁾やHellen⁽⁴⁾は仮想き裂進展法によるJ値の解析法を提案している。式(4)の w は、式(2)と同じであり $|dV/dv_0|$ はヤコビ

$$J \, \delta a = - \frac{\partial \pi}{\partial a} \delta a = - \left[\int_{\partial \Omega} \left(\frac{\partial w}{\partial x_n} \left| \frac{dV}{dV_0} \right| + w \frac{\partial \left| \frac{dV}{dV_0} \right|}{\partial x_n} \right) d\Omega \right] \delta x_n \quad (4)$$

アン行列式である。 δa ($= |\delta x_n|$)は、仮想の微小き裂進展量であり、Jは上式より差分関係を用いて求めている。

2.3 J積分の簡便式 CT(Compact Tension)試験片に対するJ算定簡便式は、RiceとMerkle-Contenによって与えられている。

$$J = \frac{2}{B(w-a)} \int_0^{\delta} P \, d\delta \quad (\text{Rice}) \quad (5)$$

$$J = \frac{\eta_r}{B(w-a)} \int_0^{\delta} P \, d\delta + \frac{\eta_c}{B(w-a)} \int_0^P \delta \, dP \quad (\text{Merkle-Conten}) \quad (6)$$

ここで $\eta_r = 2(1+\alpha)/(1+\alpha^2)$ 、 $\eta_c = 2\alpha(1-2\alpha-\alpha^2)/(1+\alpha^2)^2$ 、 $\alpha = (\beta^2 + 2\beta + 2)^{1/2} - \beta - 1$ 、 $\beta = 2a/(w-a)$ であり、 a はき裂長さ、 B は試験片の厚さ、 w は試験片の幅、 P は荷重、 δ は荷重変位である。

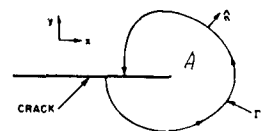


図1. J積分経路

3. 数値計算例

弾塑性破壊力学パラメータJは、解のばらつきが比

表1. 解析条件

Elementy Type	Incremental Plasticity Theory			
	Small Displacement			Finite Deformation
	Non-Singularity *)		Singularity **)	Non-Sing. *)
	Plane Strain	Plane Stress	Plane Stress	Plan Stress
8-Node	○	○	○	○
4-Node	○	○		

*) It has non-singularity at the crack tip

**) It has singularity at the crack tip

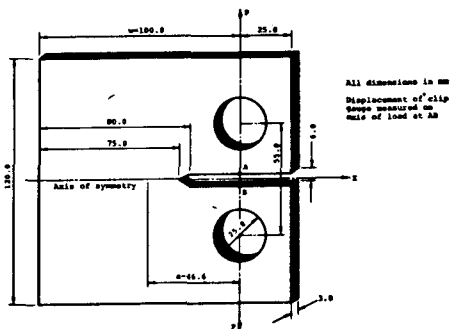


図2. 試験片形状

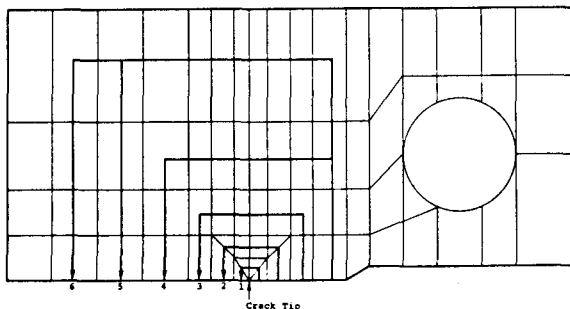


図3. 有限要素モデルと積分経路

較的多くみられるので、ここでは解析条件による解の依存性について比較検討を行った。J値は、仮想き裂進展法によつて求め経路積分法や簡便法による結果と比較した。解析条件は、表1に示したように微小変形と有限変形理論、き裂先端での特異性の有無、平面応力と平面ひずみ条件等の組み合わせを考慮して計算を行った。試験片形状は図2に示し、有限要素モデルと積分経路は図3に示した。結果としてJ-AB間変位の関係を図4、5に示した。図4では、Jの経路積分⁽⁵⁾と仮想き裂進展法による結果の比較および仮想き裂進展法で求めた微小変形と有限変形とによる結果について比較した。図5では、仮想き裂進展法によつて求めた結果とRiceとMerkle-Cortenの簡便式によつ

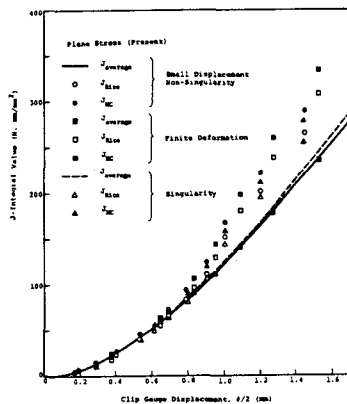


図4. J-AB間変位関係

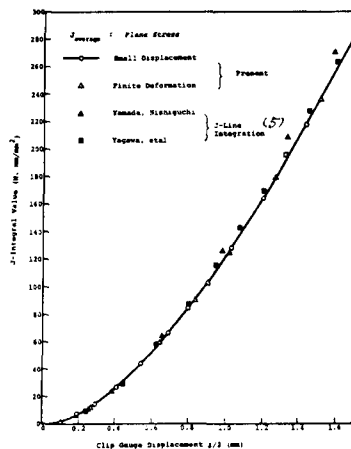


図5. J-AB間変位関係

て求めた結果と比較した。

C T試験片の実験値と仮想き裂進展法によるJ値の比較では、良好な結果が得られたが紙面の都合により当日説明する。

なお本研究は、日本原子力研究所委託研究費により、これを付記する。

[参考文献]

- (1) Rice, J.R., J. App. Mech (1968) PP. 379-386.
- (2) 青木地4名, 機講論, No. 800-10 (昭.55) PP.53-60
- (3) Parks, D.M., Proc. 1st. Int. Conf. Num. Meth. Fract. Mech. (1978) PP. 464-478.
- (4) Hellen, T.K., Int. J. Num. Meth. Enging., Vol. 9 (1975) PP. 187-207
- (5) 非弾性解析の設計適用方法に関する研究(I), JSME (1980).