

大阪大学工学部 正員 大倉一郎

大阪大学工学部 正員 前田幸雄

1. まえがき 著者らは、繰り返し曲げをうける薄肉プレートガーダーのウェブ周辺に発生する疲労き裂に関する研究で、この種の疲労き裂を防止するためには、初期たわみを有するウェブの面外変形挙動を明らかにする必要があることを示した。¹⁾ 疲労き裂は、非対称断面のプレートガーダー²⁾のウェブの面外変形や、水平補剛材を有するプレートガーダーの圧縮フランジと水平補剛材との間のウェブの局所的な面外変形によっても発生する可能性がある。このようなプレートガーダーのウェブの面外変形挙動は、圧縮と面内曲げをうける矩形板の面外変形挙動を解析することによって調べることができる。既報で、⁴⁾ 圧縮と面内曲げをうける矩形板の弾性面外有限変形挙動を定式化した。本報告では、得られた式を変形することにより、各種の基礎的特性が得られたので、以下に発表する。

2. 定式化 図-1の解析モデルを参照して、Marguerreの初期たわみを有する板の基礎微分方程式⁵⁾において、初期たわみと付加横たわみをそれぞれ、

$$w_0 = \sin(\pi x/a) \{e_{01} \sin(\pi y/b) + e_{02} \sin(2\pi y/b)\} \quad (1)$$

$$w = \sin(\pi x/a) \{e_1 \sin(\pi y/b) + e_2 \sin(2\pi y/b)\} \quad (2)$$

で仮定し、 e_1 と e_2 の関係をGalerkin法によって決定すると、次式が得られる。

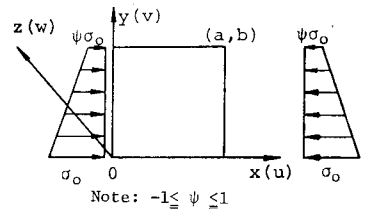


図-1 解析モデル

$$\left. \begin{aligned} & \theta_3 \frac{e_1}{t_w} + (1-\nu^2) \left\{ \frac{3}{4} \frac{\theta_5}{t_w^3} g_1(e_{01}+e_1) + 3 \frac{\theta_7}{t_w^3} g_2(e_{01}+e_1) + 3 \frac{\theta_8}{t_w^3} g_3(e_{02}+e_2) \right\} \\ & - \left(\frac{1+\psi}{2} \frac{e_{01}+e_1}{t_w} + \frac{32}{9\pi^2} \frac{1-\psi}{2} \frac{e_{02}+e_2}{t_w} \right) \frac{\sigma_0}{E} = 0, \quad \theta_4 \frac{e_2}{t_w} + (1-\nu^2) \left\{ \frac{3}{4} \frac{\theta_6}{t_w^3} g_2(e_{02}+e_2) \right. \\ & \left. + 3 \frac{\theta_7}{t_w^3} g_1(e_{02}+e_2) + 3 \frac{\theta_8}{t_w^3} g_3(e_{01}+e_1) \right\} - \left(\frac{1+\psi}{2} \frac{e_{02}+e_2}{t_w} + \frac{32}{9\pi^2} \frac{1-\psi}{2} \frac{e_{01}+e_1}{t_w} \right) \frac{\sigma_0}{E} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 $g_1 = (e_{01}+e_1)^2 - e_{01}^2$ 、 $g_2 = (e_{02}+e_2)^2 - e_{02}^2$ 、 $g_3 = (e_{01}+e_1)(e_{02}+e_2) - e_{01}e_{02}$ 、 $\sigma_e = E\pi^2 / \{12(1-\nu^2)(b/t_w)^2\}$ 、 E =ヤング率、 ν =ポアソン比、 t_w =板厚、 $\theta_3 \sim \theta_8$ = 文献[4]で与えられる係数。

3. 座屈係数と座屈時の e_2 と e_1 の比 $(e_2/e_1)_{cr}$ 式(3)において、 e_{01} と e_{02} を0とし、 e_1 と e_2 の2次以上の項を無視して得られる1次元連立方程式から、座屈係数 k_{cr} と座屈時における e_2 と e_1 の比 $(e_2/e_1)_{cr}$ がそれぞれ次式のように得られる。

$$k_{cr} = \frac{\sigma_{ocr}}{\sigma_e} = \frac{\frac{1+\psi}{32}(\theta_3 + \theta_4) - \sqrt{\frac{(1+\psi)^2}{1024}(\theta_3 - \theta_4)^2 + \frac{4}{81} \frac{(1-\psi)^2}{\pi^4} \theta_3 \theta_4}}{\frac{(1+\psi)^2}{32} - \frac{32(1-\psi)^2}{81 \pi^4}} \quad (4)$$

$$\left(\frac{e_2}{e_1} \right)_{cr} = -\frac{9\pi^2}{64} \frac{1+\psi}{1-\psi} \left(1 - \frac{\theta_3}{\theta_4} \right) + \sqrt{\frac{81\pi^4}{4096} \left(\frac{1+\psi}{1-\psi} \right)^2 \left(1 - \frac{\theta_3}{\theta_4} \right)^2 + \frac{\theta_3}{\theta_4}} \quad (5)$$

4. 比 e_2/e_1 の極限值 $(e_2/e_1)_\infty$ 式(3)において σ_0/σ_e を消去し、比 e_2/e_1 を作成し、 e_1 を無限に大きくすると、次式で与えられる極限值 $(e_2/e_1)_\infty$ が得られる。

$$\frac{32}{9\pi^2} \theta_6 \frac{1-\psi}{2} \left(\frac{e_2}{e_1} \right)_\infty^4 + \{ \theta_6 - 4(\theta_7 + \theta_8) \} \frac{1+\psi}{2} \left(\frac{e_2}{e_1} \right)_\infty^3 - \{ \theta_5 - 4(\theta_7 + \theta_8) \} \frac{1+\psi}{2} \left(\frac{e_2}{e_1} \right)_\infty$$

$$- \frac{32}{9\pi^2} \theta_5 \frac{1-\psi}{2} = 0 \quad (6)$$

表-1 最大横たわみの生ずる位置 y_0/b

(I) In the case of $(e_2/e_1)_{cr}$

ψ	0.5	0.75	1.0
1.0	.5	.5	.5
0.5	.4536	.4774	.4855
0.0	.3947	.4387	.4588
-0.5	.3470	.3830	.4084
-1.0	.3204	.3358	.3476

(II) In the case of $(e_2/e_1)_\infty$

ψ	Condition (a)			Condition (b)		
	0.5	0.75	1.0	0.5	0.75	1.0
1.0	.5	.5	.5	.5	.5	.5
0.5	.4598	.4743	.4817	.4550	.4625	.4678
0.0	.3973	.4291	.4478	.3880	.4041	.4155
-0.5	.3259	.3592	.3833	.3188	.3385	.3518
-1.0	.3047	.3157	.3240	.3030	.3108	.3171

5. 最大横たわみの生ずる位置

最大横たわみの生ずる位置

は, $\partial(w_0 + w)/\partial y = 0$ の条件より, 次式で与えられる。

$$\frac{y_0}{b} = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left\{ - \frac{\frac{e_{01}}{e_1} + 1}{8 \left(\frac{e_{02}}{e_1} + \frac{e_2}{e_1} \right)} + \sqrt{\frac{1}{64} \left(\frac{\frac{e_{01}}{e_1} + 1}{\frac{e_{02}}{e_1} + \frac{e_2}{e_1}} \right)^2 + \frac{1}{2}} \right\} \quad (7)$$

式(5)あるいは式(6)を式(7)へ代入することにより, 座屈時あるいは荷重が増加したときの最大横たわみの生ずる位置 y_0/b が求められる。これを表-1に示す。表の中で, 条件(a)は, 両非載荷辺の相對辺位が一定となる場合であり, 条件(b)は, 両非載荷辺がそれぞれ面内方向に自由に変位する場合である。最大横たわみの生ずる位置は, 純圧縮をうける場合に板中央から, 純面内曲げをうける場合に圧縮端から板幅の約0.3倍の位置まで変化する。

6. 純圧縮をうける矩形板の面外有限変形挙動 ($\psi = 1.0$)

(i) e_{01} だけが存在する場合, 荷重と横たわみの関係が次式で与えられる。

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_e} = \frac{3}{4} (1-\nu^2) \theta_5 \frac{e_1^2 + 2e_{01}e_1}{t_w^2} + \theta_3 \frac{e_1}{e_{01} + e_1} \quad (8)$$

(ii) e_{02} だけが存在する場合の荷重と横たわみの関係を図-2に示す。最初 e_2 の変形のみが生じ, 荷重がある値に到達すると e_1 の変形も生ずる。 $(e_{02} + e_2)/t_w$ は0に漸近し, e_1/t_w は式(8)で $e_{01} = 0$ とした曲線に漸近する。

7. 純面内曲げをうける矩形板の面外有限変形挙動 ($\psi = -1.0$)

により, e_1 と e_2 の関係が次のように得られる。

(i) e_{01} だけが存在する場合

$$\frac{e_2}{e_1} = \sqrt{-Q_1 + \sqrt{Q_1^2 + Q_2}} \quad (9)$$

$$ここに \quad Q_1 = -2 \left(\frac{e_{01}}{e_1} \right)^2 \frac{\theta_7}{\theta_6} + \frac{2}{3} \left(\frac{t_w}{e_1} \right)^2 \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_4}{\theta_6}$$

$$Q_2 = \left(1 + \frac{e_{01}}{e_1} \right) \left\{ \left(1 + 2 \frac{e_{01}}{e_1} \right) \left(1 + \frac{e_{01}}{e_1} \right) \frac{\theta_5}{\theta_6} + \frac{4}{3} \left(\frac{t_w}{e_1} \right)^2 \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_4}{\theta_6} \right\}$$

(ii) e_{02} だけが存在する場合

$$\frac{e_1}{e_2} = \sqrt{-Q_3 + \sqrt{Q_3^2 + Q_4}} \quad (10)$$

$$ここに \quad Q_3 = -2 \left(\frac{e_{02}}{e_2} \right)^2 \frac{\theta_7}{\theta_5} + \frac{2}{3} \left(\frac{t_w}{e_2} \right)^2 \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_4}{\theta_5}$$

$$Q_4 = \left(1 + \frac{e_{02}}{e_2} \right) \left\{ \left(1 + 2 \frac{e_{02}}{e_2} \right) \left(1 + \frac{e_{02}}{e_2} \right) \frac{\theta_6}{\theta_5} + \frac{4}{3} \left(\frac{t_w}{e_2} \right)^2 \frac{1}{1-\nu^2} \frac{\theta_4}{\theta_5} \right\}$$

参考文献

1) 34 回年講概要要素 (I-48) 2) Parsanejad, S. and A. Ostapenko, WRC, Bull. No.156, Nov. 1970.

3) 昭和 55 年度関面支部 (I-44)。 4) 昭和 56 年度関面支部 (I-44)。

5) Marguerre, K., Proc. 5th International Congress for Applied Mechanics, Cambridge, pp.93-101, 1938.