

早稲田大学理工学部 正員 依田 照彦
早稲田大学理工学部 正員 平嶋 政治
日本鉄道建設公団 堀地 紀行

1. よえがき

立地条件の制約により、らせん部材で代表されるような初期曲率と初期接率を有する部材、いわゆる空間曲線部材が構造物として使われるようになってきた。しかしながら、空間曲線部材の力学的挙動に関する理論的および実験的研究は少なく、空間曲線部材の有限変位問題に関する研究となるとほとんど見当たらないのが現状である¹⁾。本報告では、アクリル樹脂で供試体を製作し、模型実験を行い、得られた実験結果と有限変位理論に基づく数値計算結果とを比較し、報告済みの有限変位理論¹⁾の妥当性を検討することを目的としている。

2. 数値計算の概要

混合型有限要素法を用い、空間曲線部材の非線形数値計算を行う。その際、汎関数 Π_R とし

$$\Pi_R = \iiint_V \left\{ \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} - B(\sigma_{ij}) - p_i U^i \right\} dV - \iint_{S_\sigma} \bar{p}_i U^i dS - \iint_{S_u} T_i (U^i - \bar{u}^i) dS \quad \dots\dots (1)$$

(i, j = 1, 2, 3)

を使用する²⁾。一次元棒理論であることを考慮し、コンプリメンタリーエネルギー関数 $B(\sigma_{ij})$ を応力テンソル σ_{ij} を用いて

$$B(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2E} (\sigma_{11})^2 + \frac{1}{2G} (\sigma_{12})^2 \quad \dots\dots (2)$$

と表わす。また、局所座標系 (y_1, y_2, y_3) における任意点の変位 U^i は、部材軸に関する変位成分 (v^1, v^2, v^3) と回転角 ψ を用いて

$$U^1 = v^1 - y_2 (v^2_{,1} + \psi v^3_{,1}) - y_3 (v^2_{,1} - \psi v^3_{,1}) - \omega (y_2 - \frac{1}{2} x_1 [(v^2_{,1})^2 + (v^3_{,1})^2] + x_2 v^2_{,1} + x_3 v^3_{,1}) \quad \dots\dots (3.a)$$

$$U^2 = v^2 - y_2 \frac{\psi^2}{2} - y_3 \psi, \quad U^3 = v^3 + y_2 \psi - y_3 \frac{\psi^2}{2} \quad (\omega: \text{その関数}, x_1: \text{初期接率}, x_2, x_3: \text{初期曲率}) \quad \dots\dots (3.b)$$

とおけるので、任意点のひずみテンソル ε_{ij} は v^1, v^2, v^3, ψ を含み式で表わせる。したがって、物体力として P_i を与え、境界条件として S_σ 上で表面力 $\bar{p}_i$ を、 S_u 上で規定された変位 $\bar{u}^i$ を与えれば、Lagrange の乗数 T_i を含み式(1)は、応力テンソル σ_{ij} より求まる断面力 $(N, M_2, M_3, H_\omega, Z, M_\psi, T)$ と、部材軸に関する変位成分 (v^1, v^2, v^3, ψ) および外力(物体力 P_i と表面力 $\bar{p}_i$ の積分値)で表わすことができる。ここで、要素内の変位成分と断面力を節点変位と節点力を未知量として1次関数で表示し、節点外力を与えれば、汎関数 Π_R は節点変位と節点力を未知量とするべき級数表示の多項式で表わされる。ただし、本報告では、未知量に関する4次以上の高次項は無視し、最低次の非線形問題に限定している。さらに、断面定数は初期曲率・初期接率の有無によって変化させている。以下、通常の手法により非線形連立方程式を誘導し、Newton-Raphson法を用いて解を求めた。

3. 模型実験およびその結果

3.1. 供試体の種類

模型実験の供試体としては、アクリル樹脂を加工して製作した、円弧部材とらせん部材の2種類を使用した。なお、供試体の諸元は表1に、また供試体の形状および寸法は図2に示してある。

3.2. 実験方法

本実験では、部材の一端を固定し、自由端における部材軸線の接線方向 (y_1) と法線方向にセオドライトを配置

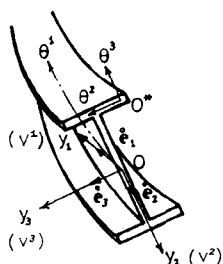


図1 空間曲線部材

表1 供試体の諸元

種類	材質	断面形状	ヤング率	ポアソン比
円弧部材	アクリル	3.00 ^{cm} × 0.30 ^{cm}	2.99 × 10 ⁴ ^{kg/cm²}	0.384
らせん部材	アクリル	3.00 ^{cm} × 0.30 ^{cm}	2.99 × 10 ⁴ ^{kg/cm²}	0.384

することにより、自由端の圆心の変位を間接的に測定した。すなわち、陪法線方向(y_3)の荷重をかけたときの位置の変化を角度の測定から定め、計算により変位を求めた。このとき、固定端近傍のひずみをひずみ計にて測定し、載荷中常時材料が弾性領域にあることを確かめつつ、実験を行った。また、載荷時・除荷時とも30秒間静置させたのち、変位およびひずみの測定を実施した。

3.3. 実験結果

円弧部材の場合も、らせん部材の場合にも、主たる変位(陪法線方向変位 v^3)に関する限り、線形解と非線形解との差は小さく、プロットで示した実験値が非線形的な挙動を示しているかどうかは明らかでない(図3, 図5)。法線方向変位 v^2 に着目すると、円弧部材およびらせん部材の双方において、実験値(○印)と非線形解との間には良い一致が見られる(図4, 図6)。ただし、図に示してはいないが、接線方向変位 v^1 については理論値と実験値との間に若干の差が見られた。

4. あとがき

円弧部材とらせん部材に関する静的載荷実験の結果、空間曲線部材の一次元有限変位理論の妥当性が確かめられた。おわりに、実験にあたっては、早稲田大学土木工学科10年生(当時)の井口隆司・内藤純両君の協力を得た。記して深謝の意を表します。

なお、数値計算は東京大学大型計算機センターのM-200Hを使用して行った。

参考文献

- 1) 平嶋・井浦・依田：土木学会論文報告集，No. 292，1979年12月。
- 2) Washizu, K.: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 1975.

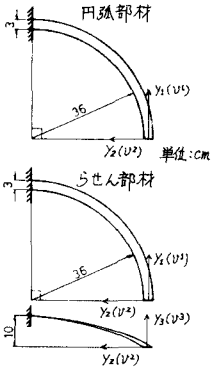


図2 供試体の形状および寸法

(載荷方向は y_3 と逆方向である)

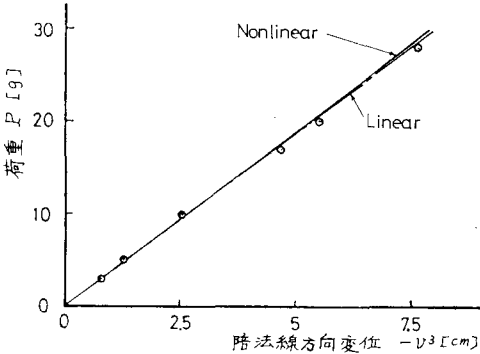


図3 円弧部材の $P-v^3$ 関係

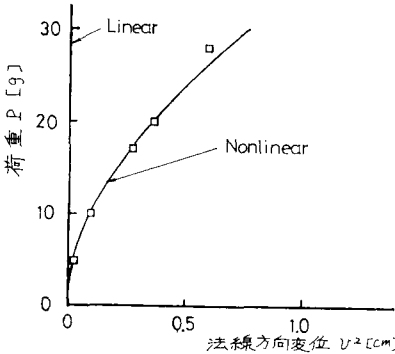


図4 円弧部材の $P-v^2$ 関係

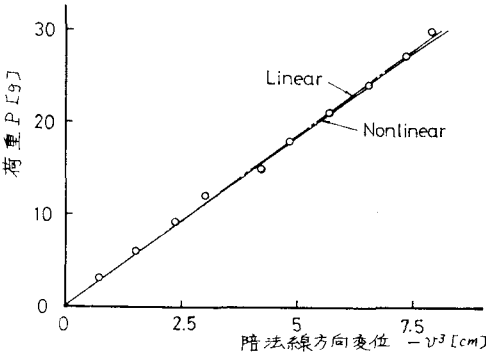


図5 らせん部材の $P-v^3$ 関係

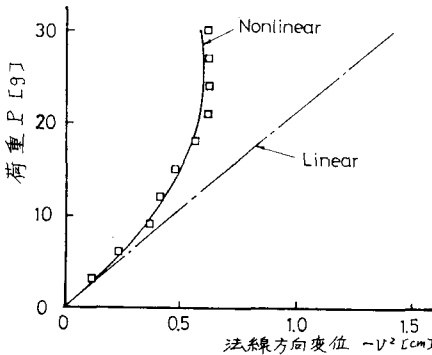


図6 らせん部材の $P-v^2$ 関係