I-32　薄肉開断面曲線桁の有限変位特性

山梨県土木部　正会員　荻原一慶
山梨大学工学部　正会員　深沢泰晴

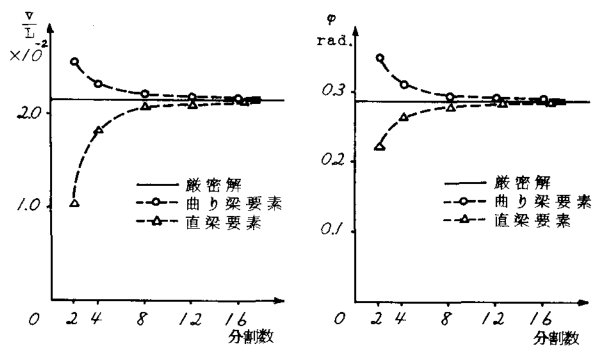
1. はじめに

大きなねじれを受けやすい曲線橋の主げたとして，ねじりに対する剛性の極めて小さい開断面のプレートガーダーを用いることは，大きな変形を覚悟しなければならず，力学的見地からは必ずしも合理的な選択とは云い得ない。しかしながら，開断面げたのうちでもI形断面プレートガーダーの場合などは，曲げに対する効率の良さ製作上の有利さなどから一概には棄てきれないものがあり，事実曲率の比較的ゆるやかな曲線げた橋においては格子構造の主げたとして今日でも盛んに採用されている。それだけに，開断面曲線プレートガーダーのより合理的な設計法の確立のためには，その最終耐力の正確な評価の一環として，材料学的な非線形挙動と共に，有限変位領域における力学的挙動の解析とその特性の把握が最も重要な要素の一つであることは云うまでもない。

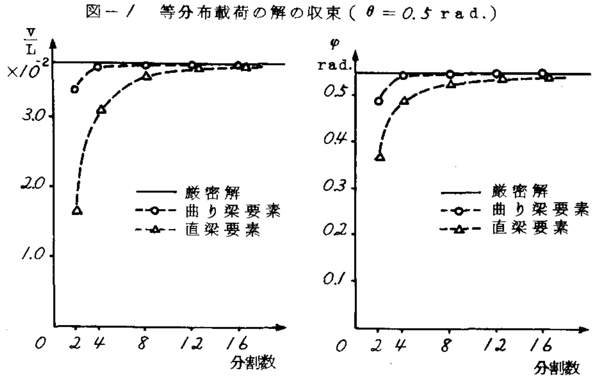
このような観点から本報告においては，I形あるいはП形断面等のねじりに弱い薄肉開断面曲線プレートガーダーの大変形問題を解析し，その基本的な力学特性を種々の側面から追求した。すなわち，微小ひずみの前提のもとに，まず一次元有限要素法の適用にかゝわる問題点について検討し，さらに問題の非線形性は各要素毎に設けた移動座標系を用いた荷重増分法によって処理した。また，各増分荷重段階における解は，中点 Runge − Kutta 法の繰り返しによって収束させた。このような解析によって，各種の曲率，支持状態ならびに載荷状態の薄肉開断面曲線げたについて，その有限変位特性を調べたものである。

2. 一次元有限要素法の適用に関する問題点

曲線げたの解析に一次元有限要素法を適用する場合の問題点の一つに，有限要素として円弧曲線げたをそのまま分割した曲り梁要素を用いるか，分割点で折れ曲がる多角形状のけたで近似した形の直梁要素を用いるかの問題がある。勿論，後者は前者に較べて精度の点では劣るが，剛性行列の作製等定式化の過程が簡略である点で遙かに優れている。さらに，有限変位解析においては，各解析ステップでのけたの線形は三次元曲線になるので，その有限要素としては，現実的な処置として直梁近似に頼らざるを得ないと云えよう。



図－1　等分布載荷の解の収束（ $\theta = 0.5$ rad.）



図－2　集中載荷の解の収束（ $\theta = 0.5$ rad.）

そこで，曲り梁要素に代って直梁要素を用いた場合，所定の計算精度を得るのに必要な要素分割数について，まず厳密解の容易に得られる微小変位問題を対象にし，各種の条件のもとで検討した。図－1および2は解析結果の一例であり，分割数の増加とともに，両者の解が厳密解に収束していく状況を示すものである。このモデルは，一端固定，他端自由の2軸対称のI形断面（フランジ幅 b＝100 cm，同厚さ d＝2 cm，ウェブ高さ h＝

150cm，同厚さ $t=2$ cm）をもち，円弧長L＝25 m，曲率半径R＝50 m の曲線げたである。また図中のｖおよびφはそれぞれけたの自由端での鉛直変位および回転角を意味する。

解析結果を全体的にみて云えることは，曲り梁要素に較べて直梁要素を用いた方が予想通り精度は落ちるが，相当厳しい曲率の場合（円弧中心角 $\theta=0.5$ rad.）でも，大方の力学量は10～12分割程度で3～4％の誤差範囲に収まることがわかった。また有限変位領域における計算結果からも，ほゞ同様な収束傾向がつかめた。

3．有限変位解析の手法

ここで用いる有限変位解析法の基本的な考え方は，既に報告[1]済みであるが，あくまでも微小ひずみの条件が成り立つという前提に立って，剛体的な変位を含まない要素座標系（移動座標系）での変位と，全体座標系（固定座標系）での変位とに分けて考え，前者に対しては線形解析が適合するように荷重増分法を導入した解析法である。各荷重増分に対応する解は，誤差の集積を最小限にとどめるために，中点Runge－Kutta 法によって所定の収束範囲に収まるまで修正計算を繰り返すいわゆる修正増分法を適用した。ちなみに，要素剛性行列は，各直梁要素に設定された要素座標系のもとで，上記の修正計算を含む全解析ステップ毎に，初期応力を考慮した仮想仕事の原理を表わす次式を用いて定められる：

$$\int_\ell\int_A\Big[\sigma_z\delta\varepsilon_z+2\tau_{sz}\delta\gamma_{sz}+\sigma_z^{(0)}\Big\{\frac{du}{dz}\delta\Big(\frac{du}{dz}\Big)+\frac{dv}{dz}\delta\Big(\frac{dv}{dz}\Big)+\frac{dw}{dz}\delta\Big(\frac{dw}{dz}\Big)\Big\}-\Big\{p_x\delta u+p_y\delta v+p_z\delta w\Big\}\Big]dA\,dz=0 \qquad (1)$$

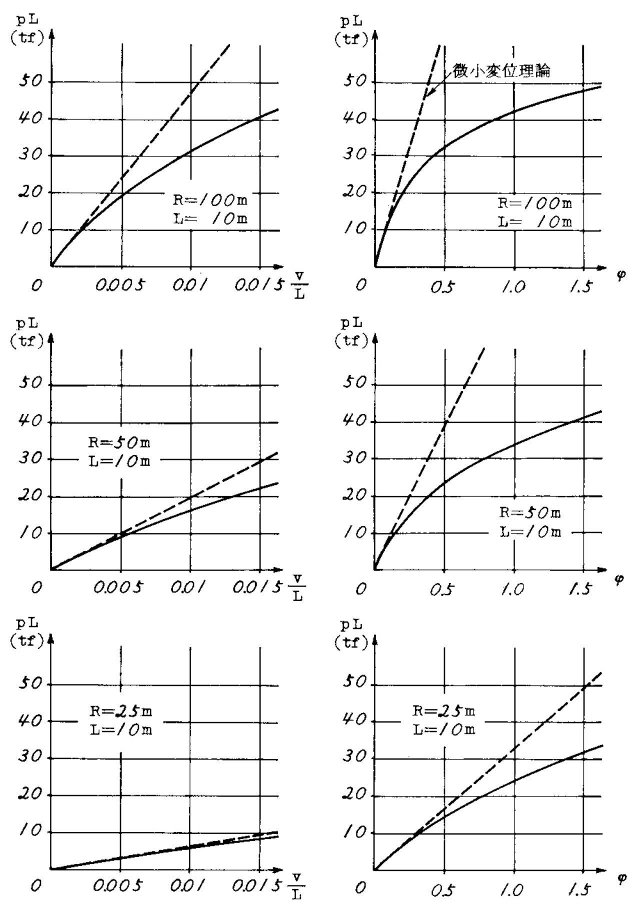
また，要素座標系の全体座標系への変換行列も，同様に全解析ステップ毎に修正される。

4．数値解析結果と有限変位特性

上記の解析法に基づいて，薄肉開断面曲線げたの有限変位特性を把握するために，各種の条件を変えた一連のモデルに対して数値計算を試みた。図－3はその一例であるが，計算モデルは，一端固定，他端自由の2軸対称のI形断面（b＝32cm，d＝2cm，h＝100 cm）をもつ曲線げたであり，上フランジの中心に鉛直等分布荷重を満載させた場合の荷重－変位曲線を3種の曲率に対して示している。各種の数値解析結果ならびにそれらより得られた有限変位特性については，紙面の都合上割愛し，講演当日に報告したい。

謝辞：本研究は文部省科学研究費（総合研究(A)，課題番号335023）の交付を受けたこと，また本解析並びに電算用プログラムの開発に際して，望月秀次，藤野秀夫，荒谷明伸池谷和樹，佐野敬司等の諸氏（当時卒論生）の協力を得たことを記し，ここに謝意を表す る次第である。

1) 丸山，深沢：鋼曲線桁の有限変位問題，土木学会第34回年次学術講演会概要集 I-104.



図－3　各種曲率の場合の荷重－変位曲線