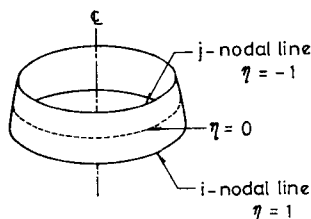
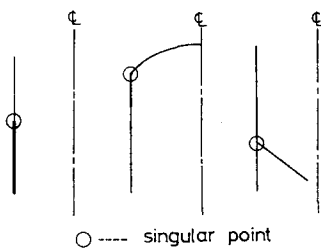


大阪大学 学生員 近藤邦明
大阪大学 正会員 前田幸雄

1. まえがき 軸対称シェルの解析において、リンク要素 (Fig. 1) を使用し荷重の円周方向分布をフーリエ級数に展開することにより、実際は三次元の構造物を二次元の構造物として取り扱う。半解析的有限要素法の使用は、一般の板要素を使用する方法に比較して、着しく要素数を減らすことが可能で極めて能率的な手法だと言える。本解析では、リンク要素を使用し要素内の母線方向の変位の分布を各節線での変位とその一次微係数を用いた座標関数いわゆる Hermite 補間式で補間している (詳細は文献(1)を参照)。Hermite 要素を使用することによりすべての節線において節線変位とその一次微係数は連続することになるので、母線の傾き及び板厚が連続的に変化する軸対称シェルに対しては精度の良い解を得ることが出来る。ところが、(Fig. 2) に示す板厚の急変点、母線の折れ曲がっている点、分岐点 (以下、特異点と呼ぶ) においては、変位の一次微係数の連続性が破れる。実際の軸対称シェル構造物では、特異点を持たないものばかり特殊なものである。そこで、本研究では、特異点の処理法を確立することにより、Hermite リンク要素の適用範囲を特異点をもちより現実的な軸対称シェルにまで拡張することを目的とした。



(Fig. 1)



(Fig. 2)

2. 要素回軸角 ψ の導入による特異点の処理法

前述のように、特異点では変位の一次微係数は連続していないので、拘束をゆるめて、変位の一次微係数は、特異点に結合された各要素ごとに計算する。(Fig. 3)より、要素の R - z 平面内における回軸角 ψ は次式で示される。

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial s} \sin \phi - \frac{\partial w}{\partial s} \cos \phi \quad (1)$$

回軸角 ψ は、シェルの任意の点で連続である。Hermite リンク要素を用いれば、特異点以外の節線では自動的に ψ は連続することになる。今、特異点に結合されている要素数を m とすると、次式が成立する。

$$\psi = \left[-\frac{\partial u}{\partial s} \sin \phi - \frac{\partial w}{\partial s} \cos \phi \right]_1 = \dots = \left[-\frac{\partial u}{\partial s} \sin \phi - \frac{\partial w}{\partial s} \cos \phi \right]_m \quad (2)$$

式(2)を次のように書き換えることが出来る。

$$\left[-\frac{\partial u}{\partial s} \sin \phi - \frac{\partial w}{\partial s} \cos \phi \right]_i - \left[-\frac{\partial u}{\partial s} \sin \phi - \frac{\partial w}{\partial s} \cos \phi \right]_{i+1} = 0. \quad (i=1, 2, \dots, m-1) \quad (2')$$

式(2')は1つの特異点について成り立つ式であるが、これを構造物全体について集めて、係数マトリックスと節線変位ベクトルで表わすと、

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ C_{k1} & \dots & C_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = C u = 0. \quad \begin{array}{l} n \cdots \text{構造物の総自由度} \\ k \cdots \text{条件式の総数} \end{array} \quad (3)$$

式(3)を特異点での変位の一次微係数に対する新しい拘束条件として導入し、この条件下で構造物のポテンシャル

エネルギーを極値化すると、幾何学的適合条件を満足する変位が得られる。付随条件下における関数の極値化はLagrangeの乗数法によって実行される。最終的に次式の“拡張された”剛性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K & C^T \\ C & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ O \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} K \cdots \text{剛性マトリックス} \\ \lambda \cdots \text{Lagrangeの乗数を要素とするベクトル} \end{matrix} \quad (4)$$

式(3)によって影響を受ける変位成分は限られているので、構造物全体に対して式(4)の形の剛性方程式を構成するのは非能率的なので、構造物を特異点で分割し各部分毎に通常の剛性方程式をつくり、特異点へ向かって前進消去を進め、特異点に至れば、そのつど拘束条件を導入しながら消去を進めることにした。

3. 数値解析例及び結論

解析の対象としたモデルを(Fig. 4)に示す。Model 1, Model 2の解析結果を各々(Fig. 5)及び(Fig. 6)に示す。図中の●は、回軸角 ψ による条件を導入していない文献(1)の解法を直接用いた場合の解析結果である。Model 1については、(Fig. 5)より文献(1)の解法では膜力 N_ϕ の値は、特異点に近づくにつれて大きく乱れていることがわかる。特異点での

値は、ちょうど2:1になっているが、これは特異点での歪の値が連続しているため、板厚比が直接 N_ϕ の比となっているためである。

Model 2については、 N_ϕ 、 M_ϕ とともに文献(1)の解法よりも良い結果を示している。

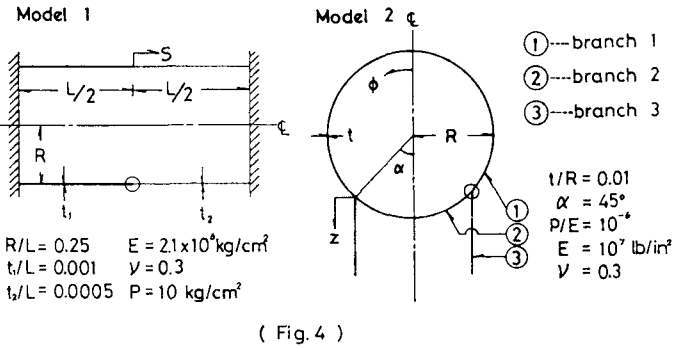
以上のように、本解析法を

使用することにより、特異点近傍の計算結果をかなり改善出来ることが確認された。特に膜力 N_ϕ の値は他の N_θ 、 M_θ 、 M_ϕ に比較して大きな変化がみられた。このことは、 N_ϕ の値が、 $\partial u/\partial s$ 及び $\partial w/\partial s$ の値に直接支配されているためその変化を鋭敏に反映したためと思われる。

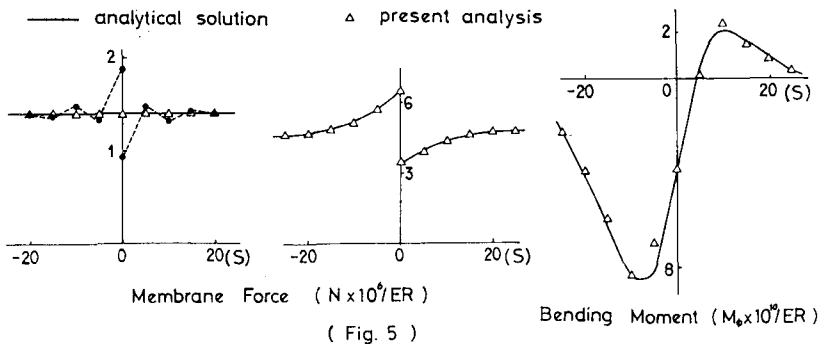
以上の結果より、本解析法は、特異点をとつ軸対称シェルの解析に対して十分適用出来るものと思われる。

4. 参考文献

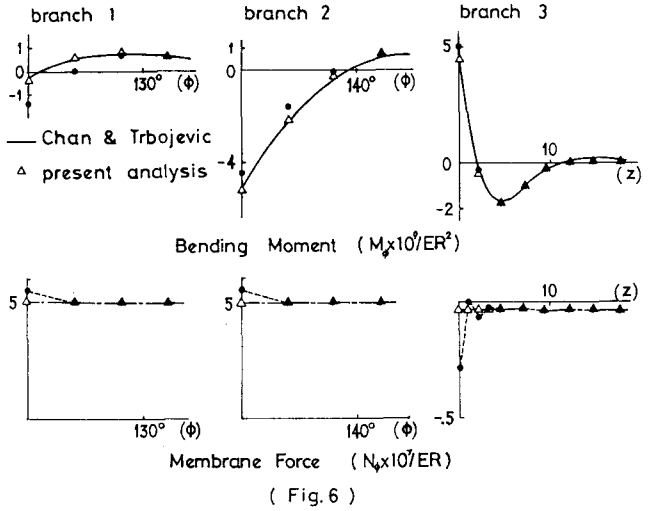
1)前田・石崎；鋼製サイロ本体の応力解析法の提案、鋼製サイロに関する調査研究報告書、S.53 2)A.S.L. Chan and V.M. Trbojevic；Thin Shell Finite Element by the Mixed Method Formulation - Part 1, Computer Method in Applied Mech. and Eng., 1976 3)C.L. Dym and I.H. Shames；材料力学と変分法、フレイン図書、1977



(Fig. 4)



(Fig. 5)



(Fig. 6)