

大阪市立大学 正員 小林 治俊

大阪市立大学 正員 園田 恵一郎

1 はじめに 浅海長波と弾性浮板の相互作用に関する研究は、まず、Stoker⁽¹⁾らによって始められた。彼らは波の変形の観点に立ち、波の反射率・通過率についての物理理論計算を行ったが、板の弾性変形については、言及していない。続いて、Wen・Shinozuka⁽²⁾は、弾性バネにより連続的に係留された浮板に、独立波状の津波が作用する場合を、梁の固有関数を用い、時間積分により過渡応答解析を行い、つねめ、曲げモーメントの時間変動を求めた。筆者ら⁽³⁾も、この種の問題への伝達マトリックス法の適用を述べたことがある。

本文は、浅海長波と弾性浮板の相互作用において、Stokerらの解析手法を整理簡便化をはかり、周期応答による浮板の弾性変形を求めるための定式化を行ったものである。

2 波の速度ポテンシャル

図1に、本文で取扱う弾性浮板とその座標系を示す。

波は、2次元の浅海長波で、水深は一定(h)とする。

(2.1) 領域(1)(3) 速度ポテンシャルは次式を満足する。

$$\Phi_{xx} = \frac{1}{g h} \Phi_{tt} \quad ; |x| > l \quad \text{--- (1)}$$

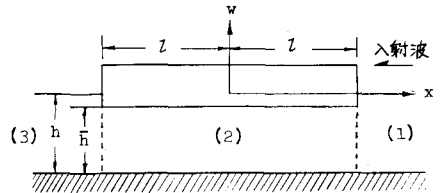


図-1

流字は、 x, t (時間) による微分を意味し、 g = 重力の

加速度。波は、周波数 σ の調和波動としているので、 $\Phi(x, t) = \varphi(x) e^{i\sigma t}$ --- (2) ; i = 虚数単位、とおき、式(1)へ代入し、更に $x = -\infty$ では進行波のみが存在するものとして、2階の微分方程式を解けば、

$$\left. \begin{aligned} \varphi^{(1)}(x) &= B e^{ik(x-l)} + R e^{-ik(x-l)} & ; x > l \\ \varphi^{(3)}(x) &= T e^{ik(x+l)} & ; x < -l \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (3)}$$

を得る。 B は入射波、 R は反射波、 T は通過波を意味し、 $k = \sigma / \sqrt{gh} = 2\pi / \lambda$ (λ = 波長)である。

(2.2) 領域(2) 水面波形を $\eta(x, t)$ とすれば、速度ポテンシャルは次式を満たすものと仮定する。

$$\eta_t = -\frac{1}{g h} \Phi_{xx} \quad ; |x| < l \quad \text{--- (4)}$$

一方、板の運動方程式は、減衰効果を無視すれば、板の変形と水面波形を等しいものとして次式で表わされる。

$$EI \eta_{xxxx} + m \eta_{tt} = p \quad \text{--- (5)} \quad ; EI = \text{曲げ剛性}, m = \text{板の単位長さ当りの質量}, p = \text{水圧}.$$

水圧は板の静止つり合い状態での静水圧を無視し、動水圧のみを考慮すれば、水の密度を ρ として

$$p = -\rho \Phi_t - \rho g \eta$$

ここで、 $\eta = W(x) e^{i\sigma t}$ --- (6) とおけば、(4)(5)式より次の2式を得る。

$$EI W_{xxxx} + (\rho g - m \sigma^2) W = -i \sigma \rho \varphi^{(2)} \quad \text{--- (8)}, \quad \varphi_{xx}^{(2)} + i \sigma W / \bar{h} = 0 \quad \text{--- (9)}$$

式(8)(9)を組み合わせると、ポテンシャル $\varphi^{(2)}$ に関する次の6階の微分方程式が得られる。

$$\frac{d^6 \varphi^{(2)}}{dx^6} + a \frac{d^2 \varphi^{(2)}}{dx^2} + b \varphi^{(2)} = 0 \quad \text{--- (10)}, \quad a = \frac{\rho g - m \sigma^2}{EI}, \quad b = \frac{\sigma^2 \rho}{EI \bar{h}} \quad \text{--- (11)}$$

式(10)の解は、 $\varphi^{(2)} = e^{Kx}$, $K^2 = \beta$ --- (12) とおけば、次の β に関する3次方程式を解くことに帰着される。

$$\beta^3 + a \beta + b = 0 \quad \text{--- (13)}$$

上式は、Cardano法により容易に解けるが、定数 a の正負により3種の解式を構成する。浅海長波は周期が長く従って周波数 σ の小さな領域であるから、ここでは(11)式の a の内容により $a > 0$ の場合のみを考えることにする。式(13)をCardano法で解き、 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ を求め、次に式(12)に戻り、後の計算に便利な型に整理すれば、ポテ

ンシヤIV $\varphi^{(2)}$ は次のように決定される。

$$\left. \begin{aligned} \varphi^{(2)}(z) &= C_1 \cos \lambda_1 z + C_2 \frac{\cosh \lambda_2 z}{\cosh \lambda_2 l} \cos \lambda_3 z + C_3 \frac{\sinh \lambda_2 z}{\sinh \lambda_2 l} \sin \lambda_3 z + C_4 \sin \lambda_1 z + C_5 \frac{\cosh \lambda_2 z}{\cosh \lambda_2 l} \sin \lambda_3 z + C_6 \frac{\sinh \lambda_2 z}{\sinh \lambda_2 l} \cos \lambda_3 z \\ z &= z', \quad \lambda_1 = \sqrt{B_1}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} \sqrt{B_1 + 2(b/B_1)^{\frac{1}{2}}}, \quad \lambda_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} B_2 / \sqrt{B_1 + 2(b/B_1)^{\frac{1}{2}}} \\ (B_1, B_2) &= (\Omega + b/2)^{\frac{1}{2}} \mp (\Omega - b/2)^{\frac{1}{2}}, \quad \Omega = \sqrt{(a/3)^3 + (b/2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

3 速度ポテンシヤIVの定数係数の決定

流体域の仮想境界面 $z = \pm l$ は、流体運動の mass flux と energy flux とは連続であり、板の両端では自由境界条件を満足せねばならない。こゝより、 z に関する6条件式となる。

$$\varphi^{(1)} = \varphi^{(2)}; \quad z = l \quad (15) \quad \varphi^{(3)} = \varphi^{(2)}; \quad z = -l \quad (16)$$

$$\eta \varphi_x^{(1)} = \eta \varphi_x^{(2)}; \quad z = l \quad (17) \quad \eta \varphi_x^{(3)} = \eta \varphi_x^{(2)}; \quad z = -l \quad (18)$$

$$\partial^2 \eta / \partial z^2 = 0, \quad \partial^3 \eta / \partial z^3 = 0 \quad (19)$$

式(19)は式(9)を用いてポテンシヤIV $\varphi^{(2)}$ の条件式として、

$$d^4 \varphi^{(2)} / dx^4 = d^5 \varphi^{(2)} / dx^5 = 0, \quad z = \pm l \quad (19')$$

上式に式(3)(14)を代入し加減整理すると2種の連立方程式を得る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & b_1 & b_2 & b_3 \\ 0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (R+T)/B \\ C_1/B \\ C_2/B \\ C_3/B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 & e_1 & e_2 & e_3 \\ 1 & f_1 & f_2 & f_3 \\ 0 & g_1 & g_2 & g_3 \\ 0 & h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (R-T)/B \\ C_4/B \\ C_5/B \\ C_6/B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ z &= z' \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= -2 \cos R_1, \quad a_2 = -2 \cos R_3, \quad a_3 = -2 \sin R_3, \quad b_1 = -i e_0 R_1 \sin R_1, \\ b_2 &= -i e_0 (R_2 \cosh R_2 \cos R_3 - R_3 \sin R_3), \quad b_3 = -i e_0 (R_2 \cosh R_2 \sin R_3 + R_3 \cos R_3), \\ c_1 &= R_1^4 \cos R_1, \quad c_2 = Q_1 \cos R_3 - Q_2 \cosh R_2 \sin R_3, \quad c_3 = Q_1 \sin R_3 + \\ &Q_2 \cosh R_2 \cos R_3, \quad d_1 = R_1^4 \sin R_1, \quad d_2 = -S_1 \cosh R_2 \cos R_3 + S_2 \sin R_3, \\ d_3 &= -S_1 \cosh R_2 \sin R_3 - S_2 \cos R_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_1 &= -2 \sin R_1, \quad e_2 = -2 \sin R_3, \quad e_3 = -2 \cos R_3, \quad f_1 = -i e_0 R_1 \cos R_1, \\ f_2 &= -i e_0 (R_2 \cosh R_2 \sin R_3 + R_3 \cos R_3), \quad f_3 = -i e_0 (R_2 \cosh R_2 \cos R_3 - R_3 \sin R_3), \\ g_1 &= R_1^4 \sin R_1, \quad g_2 = Q_1 \sin R_3 + Q_2 \cosh R_2 \cos R_3, \quad g_3 = Q_1 \cos R_3 - \\ &Q_2 \cosh R_2 \sin R_3, \quad h_1 = R_1^5 \cos R_1, \quad h_2 = S_1 \cosh R_2 \sin R_3 + S_2 \cos R_3, \\ h_3 &= S_1 \cosh R_2 \cos R_3 - S_2 \sin R_3 \end{aligned}$$

$$e_0 = 2 \bar{\eta} / \bar{\eta} h l, \quad R_1 = \lambda_1 l, \quad R_2 = \lambda_2 l, \quad R_3 = \lambda_3 l, \quad Q_1 = R_2^4 - 6 R_2^3 R_3^2 + R_3^4, \\ Q_2 = 4 R_2 R_3 (R_2^2 - R_3^2), \quad S_1 = R_2 (R_2^4 - 10 R_2^3 R_3^2 + 5 R_3^4), \quad S_2 = R_3 (5 R_2^4 - 10 R_2^3 R_3^2 + R_3^4)$$

4 数値計算例 浮体モデルAの諸元は、Wen⁽²⁾のものを用

いた。: $l = 304.8 \text{ m}$, $h = 60.96 \text{ m}$, $\bar{\eta} = \frac{4}{5} h$, $q_m = 12.58 \text{ t/m}^2$, $\rho = 1.03 \text{ t/m}^3$, $EI = 1.69 \times 10^9 \text{ t.m}$ 。図2はこれらの諸元に
対し、 $\lambda/2l$ (波長/板長) を 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 と変化させた
場合の浮板の変形を $0 \sim \pi$ の半周期を $1/4$ づつ描いたも
のである。 $K_R = |R/B|$ は反射率を示す。(図は波高 h で割った無次元)

5 参考文献 (1) J.J. Stoker; Water Wave, Interscience (1957),

(2) Wen & Shinozuka; ASCE, Vol. 98, WW2 (1972), (3) 小称・園田; 34回土木講

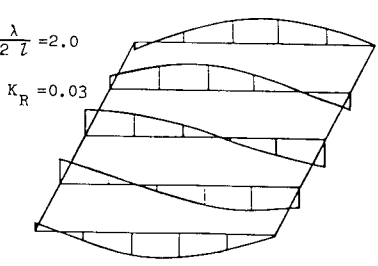
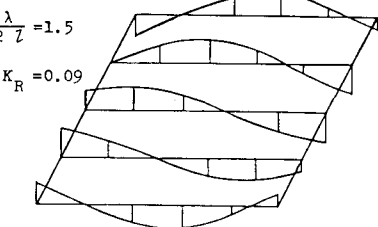
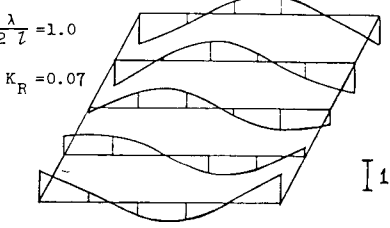
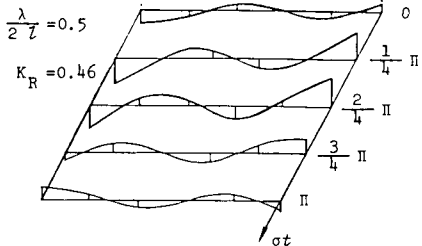
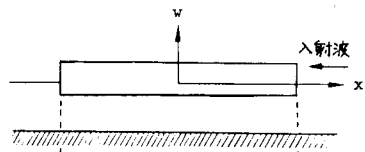


図-2