I-11　光弾性実験における内部応力の分離について

信州大学工学部　○正員　三　井　康　司
信州大学工学部　　正員　吉　田　俊　弥

１．まえがき

光弾性実験法が実用に供されてから久しく、種種の工学分野での応力解析に利用されてきた。しかしながら、１）最終的にモデル内部の応力分離をするためには手作業が多く煩雑であること、２）またその手作業においてもかなりの実験技術と経験を要する、等の理由により、計算機ほど手軽には利用されていない。

本文は通常の光弾性装置を使用した等色線図より得られる主応力差等高線と、ラプラス方程式を境界要素法で解くことにより得られる主応力和より内部応力を簡便に分離する一手法を報告するものである。

２．解析手順

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \quad \left(u=\bar{u} \text{ on } \Gamma_1,\ \partial u/\partial n=\bar{g} \text{ on } \Gamma_2\right) \text{--- (1)}$$

$$u^i+\int_{\Gamma_2} u g^* d\Gamma+\int_{\Gamma_1} \bar{u} g^* d\Gamma=\int_{\Gamma_2} \bar{g} u^* d\Gamma+\int_{\Gamma_1} g u^* d\Gamma \text{ -------- (2)}$$

where $g=\partial u/\partial n$, $g^*=\partial u^*/\partial n$ and $u^*=(1/2)Ln(1/r)$

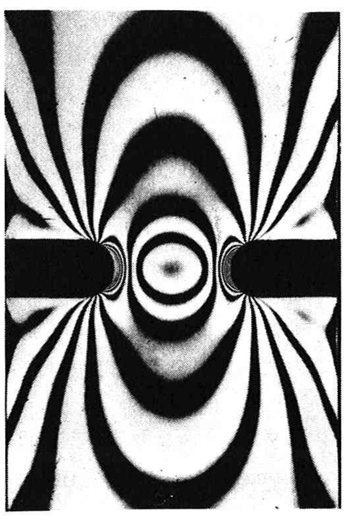
$$c^i u^i=\sum_{j=1}^{\ell}\left(\left(\int_{\Gamma_j} N_j^T u^* d\Gamma_j\right) g_j^a\right)-\sum_{j=1}^{\ell}\left(\left(\int_{\Gamma_j} N_j^T g^* d\Gamma_j\right) u_j^a\right) \text{ -------- (3)}$$

等方均一な２次元連続体において、主応力（ｐ，ｑ）の和ｕは式（１）のラプラス方程式を満足する調和関数であることは知られている[1)]。ここにΓ_iは境界を、ｎは外向法線ベクトル、（―）は既知量を示す。応力自由境界では（ｐｏｒｑ）＝０より、等色線図から直ちに$\bar{u}$が求まり、ｕが対称である場合は対称軸が$\bar{g}$＝０を与える。式（１）を満足する内部領域でのｕを求めるためには、ＦＤＭ、ＦＥＭ等の数値計算法が考えられるが、本研究では最近注目されている境界要素法を用いて解析する[2),3)]。詳細な定式化は省略して概略のみを記す。式（２）は領域内部の任意点ｉのｕが境界上のｕ，ｇの重ね合せのみで計算できることを示している。式（３）は対象領域の境界のみを線素を用いてℓ個の要素に分割した場合、各要素内のｕは形状関数Ｎを用いて節点値u_j^a，g_j^aで表記できる離散化式である。結局、式（３）の連立方程式を解くことにより、節点値ｕ，ｇが求まり、これらを式（２）に代入することにより、内部領域でのｕが計算できる。このｕと等色線より、任意点の（ｐ，ｑ）が分離できることになる。

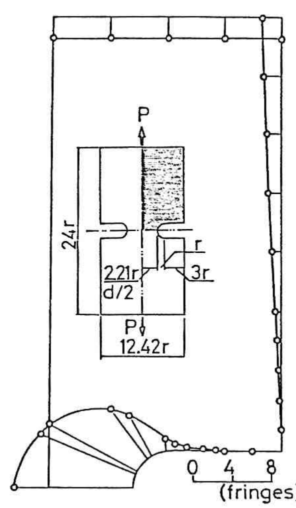
３．解析例

本法の妥当性を検証するために、文献１）中に記述されているＵ形ノッチを有する帯板の引張問題を解析対象にして考察する。

写真―１は暗視野等色線の一部を示す。これより境界応力が直ちに図―１のように求

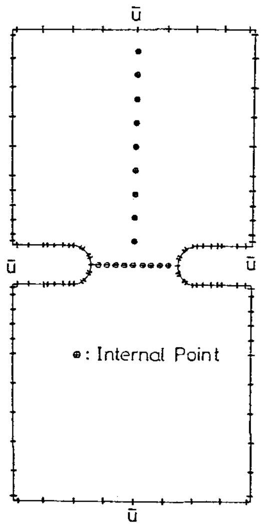


写真―１　等色線（文献１）による）

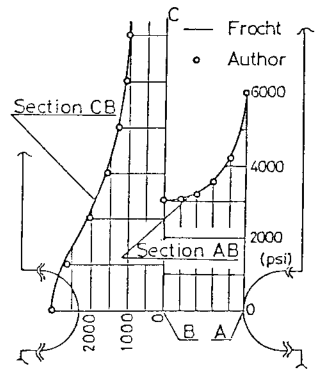


図―１　境界応力値

まる。これら境界上の主応力値をもとに図ー2に示す境界要素分割を施す。図中の○印は任意に指定した内部点である。図ー1のuを境界条件として境界要素法により図ー3に示すＡＢ，ＢＣ断面上のuが計算できる。図中の実線はFrochtの Harmonization 法による解[1]であり、○印の本法とはよく一致している。主応力差と主応力和が求まったので（p，q）は簡単に分離できる。図ー4はこれをＡＢ断面について解析したものであり、当然のことながらFrochtの解析値とよく一致しており、本法の妥当性が検証された。

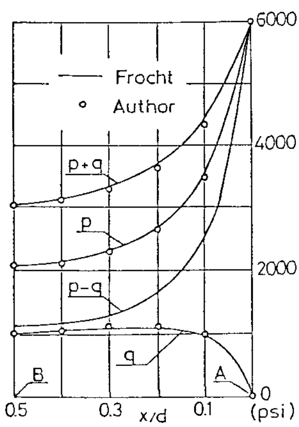


図ー2　境界要素分割

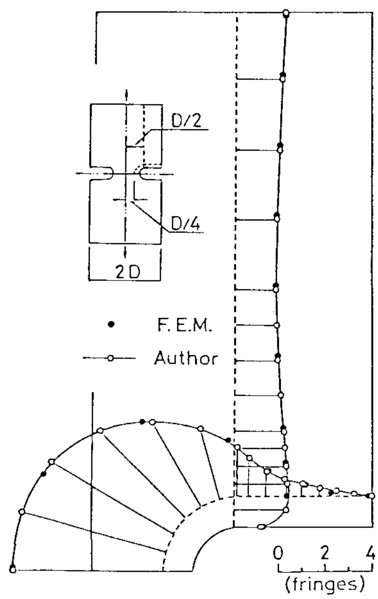


図ー3　ＡＢ，ＢＣ断面のu値

つぎに式（１）のラプラス方程式をＦＥＭで解析し、本法との計算機効率を比較してみた。対称性を考慮して１／４のみを解析する。分割図は省略するが計算結果のみを図ー５に示す。両者はほぼ同精度の解析値である。このためにはＦＥＭでは本法に較べ節点数は２倍、要素数では３倍を要している。なお計算時間は同程度であった。



図ー4　ＡＢ断面の（p，q）値



図ー5　内部点のu値

４．あとがき

本文は光弾性実験におけるモデル内部の応力が等色線と境界要素法を併用することにより、精度よく簡便に分離できることを示したものであり、得られた結果を要約するとつぎのようである。１）高精度の等色線と境界上のみの離散化で解析可能な境界要素法を併用するため、解析誤差は少ない。２）境界要素分割は等色線のフリンジ次数を目安に行えばよく分割方法が簡単である。３）他の計算機併用法に較べて、入力データー、記憶容量とも少なくてすむ。４）応力分離を必要とする内部点の選択自由度が高い。５）等色線図の採取のみ完了しておけば、任意の時期に内部応力の分離が可能である。

参考文献

1) Frocht,M.M.:Photoelasticity,Vol.Ⅱ,John Willy & Sons,1941. 2) Brebbia, C.A. and S.Waiker:Boundary Element Techniques in Engineerings,Newnes Butterwarths,1980. 3) 三井・草間・吉田：境界要素法による線形粘弾性体解析，土木学会論文報告集 No. 308, 1981.