

東京大学 学生員 前川 宏一

東京大学 学生員 二羽 淳一郎

1 まえがき 有限要素法を用いてコンクリート部材を解析する際、コンクリートの構成則(応力-歪の関係)が必要である。現在までに多くの構成モデルが発表されているが確立された段階にまでは致っており、データが不足していることも原因としている。そこで解析手法として修正=オートラプソン法を前提とし、歪テンソル表示の破壊及び降伏基準を定義し、歪軟化特性、引張、塑性、マイクロクラック等による見かけのホアソン効果の変化をすべて全ひずみ平面上で表現する構成則を作り、F.E.M.に組み込んだ。なお載荷状態での平面応力場を前提としている。

2 全ひずみ平面上での変形状態の分類 コンクリートの降伏、破壊ひずみは強度と載荷経路によるものと仮定し図1のA-D境界線よりP-Qの領域に変形状態が分類されるとする。これは多軸応力下の実験データをもとに決定した。なおAは歪表示の discontinuous surface¹⁾, Dはひびわれ規準を意味する。以下に具体的な形を示す。

$$\left\{ \frac{K(E_1 + E_2) + 24}{K_0} \right\}^2 + \left\{ \frac{K(E_1 - E_2)}{2.77} \right\}^2 = 1 \quad (1)$$

$$21.0 E_1 - E_2 - 4.0 = 0 \quad E_1 > E_2 \quad (2)$$

$$4.6 E_1 + E_2 - 0.392 = 0 \quad E_1 > E_2 \quad (3)$$

$$3.03 E_1^2 + 0.91 E_1 + E_2 + 4.63 = 0 \quad E_1 > E_2 \quad (4)$$

$$1.365 E_1 + E_2 - 1.02 = 0 \quad E_1 > E_2 \quad (5)$$

注 (2)~(6)は脆性性

$$4.6 E_1 + E_2 - 0.728 = 0 \quad E_1 > E_2 \quad (6)$$

E/E₂のみ表示した。

A... (1)(2)で囲まれる包絡線 ただし $k=1.885$

C線は割裂強度

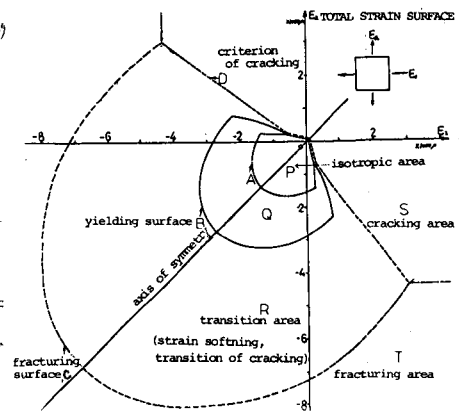
B... (1)(3)(4)で囲まれる包絡線 ただし $k=1.0$

曲り強度の差も考慮

C... (1)(5)(6)で囲まれる包絡線 ただし $k=0.4$

として決定した。

なお引張応力(歪)が相対的に大きい場合、圧縮力による骨材と母材モルタルのせん断破壊タイプは骨材とモルタルの引張付着破壊タイプの変形が卓越するとし、Q域は無視し、ひびわれへなめらかに移行するとした。このときコンクリートの破壊モードが変化する。ひびわれ及び異なる軸方向に主歪E₂方向とする。各領域に対応する応力を模式的に表わせば図2のようなとなる。



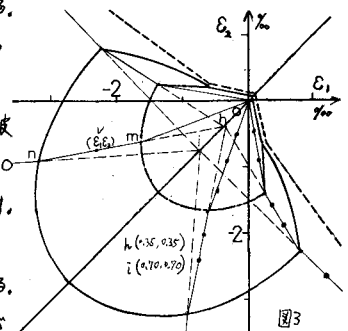
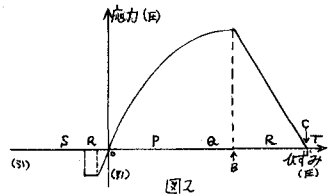
3 等応力比に対応する全ひずみ面上の軌跡 等方弾性体であれば $\sigma_2/\sigma_1 = \text{const}$ に対して $\epsilon_2 = f(\epsilon_1) = \text{const}$ となり平面上で原点を通る直線となるが実際はひびわれ、マイクロクラック等で曲線となる。(図3) とここで以下の仮定を設ける。

(a) 載荷状態において構成関係は経路によらない。(b) P, Q, Rが2軸圧縮下のR域で等応力比に対応する軌跡(等応力比パス)は直線となる。(c) 各領域での直線群はそれぞれ原点, h, i 点に集中する。上記の仮定は過去の実験値からも認められる。これより圧縮応力の卓越する時の見かけ上のホアソン比が増大及び引張り卓越する時の2軸応力下の変形特性と同一の立場で表現し得る。

4 等価応力の定義 上記の歪平面をもとにした規準率を仮定は応力表示の破壊規準 $F(\sigma_1, \sigma_2) = 1$ とは独立に決定されたものである。なお平面応力場より $\sigma_3 = 0$ である。(0, 0)以外の任意の応力に対して唯一の正の値 $\bar{\sigma}$ が存在し(7)式を満たす。

$$F(\sigma_1, \sigma_2) = 1 \quad (7)$$

(0, 0) に対して $\bar{\sigma} = 0$ と定義すれば全応力平面上の点に $\bar{\sigma}$ が一意的に決まる。このとき $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\sigma_1, \sigma_2, F)$ を等価応力と定義する。歪平面でのBと $F(\sigma_1, \sigma_2) = 1$ が



対応し $F=1$ の点も明らかなに $\bar{\sigma}=1$ である。つまり $\bar{\sigma}$ は 2 軸応力下の応力レベルを意味する。

5 等価ひずみ $\bar{\epsilon}$ の定義 P, Q, R は至軟化域の R 域について定義する。仮定(1),(11)より任意の (ϵ_1, ϵ_2) に対して図3の $O-m-n$ の折線が得られる。このとき $O-m-n$ の長さを $L(\epsilon_1, \epsilon_2)$ とし、 $O-m-V$ を $K(\epsilon_1, \epsilon_2)$ とする。そこで等価ひずみ $\bar{\epsilon}$ を(8)で表す。

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}(\epsilon_1, \epsilon_2) = L(\epsilon_1, \epsilon_2) / L(\epsilon_1, \epsilon_2) \quad \text{--- (8) ただし } \bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}(0, 0) = 0 \text{ とする。}$$

なお $m(\epsilon_1, \epsilon_2), n(\epsilon_1, \epsilon_2)$ は A, B の交点を表わし、 V が Q 域にあれば V と n を結ぶことで m が決まり、同様に V が P 域にあれば原点と V から m が決まり n と k から n が決まる。 V が R 域にあるときも同様に決まる。また (ϵ_1, ϵ_2) に対応する応力比 σ_2/σ_1 は $O-m$ の傾きと P 域の等方体の仮定より求めることができる。実際 $\epsilon_1(m) = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu_2 \sigma_2)$, $\epsilon_2(m) = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu_1 \sigma_1)$

$$\text{ただし } E = E(\epsilon_1, \epsilon_2) \quad \text{これは} \quad \sigma_2/\sigma_1 = \frac{P+V_2}{1+P^2V_2} \quad P^* = \sigma_2/\sigma_1 \quad \text{--- (9) 仮定(12)より } \nu = \text{const}$$

B 上の点 $\bar{\epsilon}=1$ であり等価ひずみは変形レベルのパラメータとしての意味を持つ。

6 構成則の定式化 破壊前のコンクリート及び至軟化域について $\bar{\sigma}-\bar{\epsilon}$ の関係をつけることで応力-歪の関係が決まる。 $\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon})$ とすると(10)の条件を満足せねばならない。さらに実験データ(図4)より(11)を得た。

$$\left. \begin{aligned} K(0) &= 0 \\ K(1) &= 1, \quad \left. \frac{dK(\bar{\epsilon})}{d\bar{\epsilon}} \right|_{\bar{\epsilon}=1} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (10)}$$

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon}) = 1.0417 \bar{\epsilon}^2 - 2.088 \bar{\epsilon}^3 + 0.0416 \bar{\epsilon}^4 + 2.0 \bar{\epsilon} \quad \bar{\epsilon} \leq 1.0 \quad \text{--- (11)}$$

さらに接線剛性定数 E_t は(12)式で値えられる。

$$E_t/E_0 = \left(\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} \right)_{\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_0} \cdot \frac{d\bar{\epsilon}}{d\epsilon} \quad \text{--- (12)}$$

さらに至軟化域の $\bar{\epsilon} \geq 1.0$ に対しては、 $\bar{\sigma}$ を圧壊まで直線的に低減させた。

ひび割れたコンクリートに対しては 2 軸応力下に移行するとし、ひび割れ移行域(図5)とともにポアソン比はゼロとモデル化する。 $(\sigma_1 = \sigma_1(\epsilon_1), \sigma_2 = \sigma_2(\epsilon_2))$ さらに移行域の M 点の応力は N 点のそれに等しいと仮定する。圧壊に到達したコンクリートに対しては、 $\bar{\sigma} = 0$ とする。以上の定式化で非線形特性、ひずみ軟化等を全ひずみで表わし得る。図6に FEM 解と実験値を示す。本モデルでは仮定(1)のもとに、応力のピーク点を必然的に通るのどコンクリート構造物の破壊耐力計算に有効と思われる。

7 おわりに 本モデルは載荷状態を前提としたものだが、除荷及び再載荷も 2 軸応力下のくり返し載荷をもとに $\bar{\sigma}-\bar{\epsilon}$ の除荷ループを定義し、ひずみ平面上の経路を定式化より表現することができる。除荷判定は $\bar{\epsilon}$ あるいは $\bar{\sigma}$ の大小関係より判定する。以上のモデルの妥当性、特にひび割れ移行段階のコンクリートの挙動、2 軸下のひずみ軟化特性、圧縮-引張り応力下のコンクリートの挙動については、なお検証データが不十分であり、また非線形解析の一つの使命である終局耐力計算及び破壊モードの予測に用いて、実験的手法による解明が必要である。

参考文献

- 1) C.T. Chen; Constitutive Relations For Concrete ASCE JEMT 1975
- 2) H. Kupfers Behavior for Concrete Under Biaxial Stresses ACI J 1969
- 3) Nilsson; Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading ACI J 1978

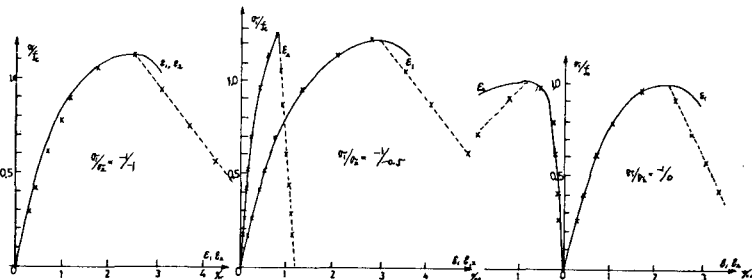


図6

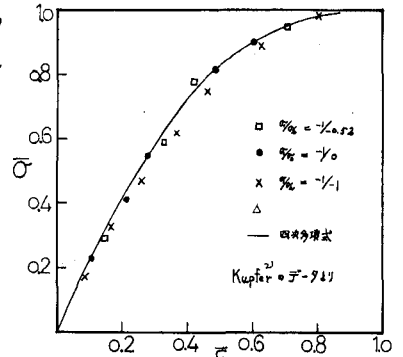


図4

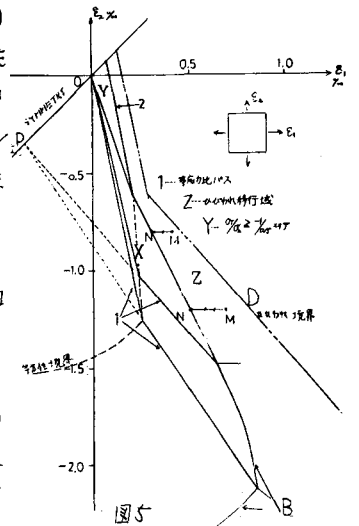


図5