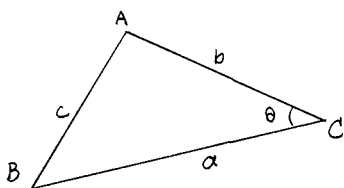


1. はじめに

近年光波測距儀が長足の進歩をとり、普及してきた。大型の電子計算機はさておき、卓上電子計算機(携帯型も含む)の普及も目覚ましいものがある。これに伴って、従来の鋼巻尺を用い、トランシットを用いた三角測量方式より作業能率のよい三辺測量方式が便利であろう。しかし後続の座標計算に必要な内角は辺長より求めねばならない。このとき辺の長さの測定誤差が、計算上えられる前にどのような影響を及ぼすのかを検討し、三辺測量方式の選定の参考にしようとするものである。

2. 三辺測定による角誤差



三角形ABCの三辺の長さ a, b, c を測定すると角 A, B, C はそれぞれ次の式より求まる。

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(a-b)(a-c)}{bc}}, \quad \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(a-b)(b-c)}{ac}}, \quad \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(a-c)(b-c)}{ab}}$$

$$A = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

a, b, c は光波測距儀による実測値であるから、何らかの原因で、いくつかの誤差は必ず含まれるので上式より求める角には、誤差伝播の式より、次式で示される中等誤差がある

$$m_A = \sqrt{\left(\frac{dA}{da}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{dA}{db}\right)^2 (\Delta b)^2 + \left(\frac{dA}{dc}\right)^2 (\Delta c)^2}$$

ここに

$$\frac{dA}{da} = \frac{1}{\sqrt{A(A-a)(A-b)(A-c)}} \cdot \frac{a}{2}$$

$$\frac{dA}{db} = \frac{1}{\sqrt{A(A-a)(A-b)(A-c)}} \cdot \frac{1}{b} \left\{ \frac{1}{2} b(c-b) - (A-b)(A-c) \right\}$$

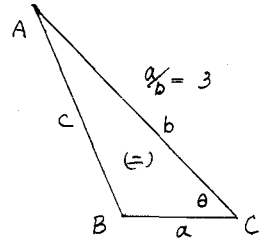
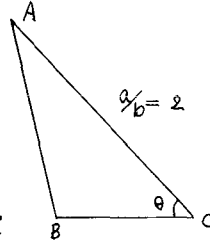
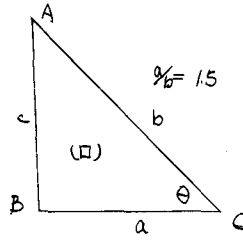
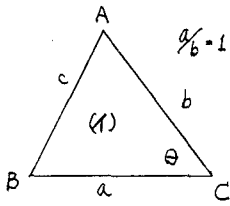
$$\frac{dA}{dc} = \frac{1}{\sqrt{A(A-a)(A-b)(A-c)}} \cdot \frac{1}{c} \left\{ \frac{1}{2} c(b-c) - (A-b)(A-c) \right\}$$

$\Delta a, \Delta b, \Delta c$ の値は、例えば $(0.01 + \frac{\text{測定距離}}{500,000})^m$ という様に、距離に比例するものと、仮定しないうちに分かれるが、前者は全自動的に位相差を測定する測距儀には、器械そのものの持つ分解能、また測定者が位相差を求める測距儀では器械の分解能に加えて測定者の測定誤差などがこれに 0.01^m の内程で、後者は周波数のずれとか光速度の誤差、屈折率の誤差で $(\frac{\text{測定距離}}{500,000})^m$ である。この外基準点と、反射鏡、測距儀の地上位置に関する誤差であるが、これらは単純に精度 γ_r という形で代表するものとする。

3. 検討の方法

$\triangle ABC$ の辺 a, b, c は $1:1, 1:1.5, 1:2, 1:3$ として、夾角 C は $10^\circ \sim 130^\circ$ まで変化させた。辺の誤差 $\Delta a, \Delta b, \Delta c$ は、精度 γ_r のとき、 $\Delta a = a \times \gamma_r, \Delta b = b \times \gamma_r, \Delta c = c \times \gamma_r$ とした。辺の長さが k 倍されると、 $\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(a-b)(a-c)}{bc}}, \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(a-b)(b-c)}{ac}}, \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(a-c)(b-c)}{ab}}$ の値も k 倍されても同じである。このことから相似形を成った辺長の組となら、角の中等誤差は、辺長の大小に無関係である。計算に用いた精度は $1/500,000$ を用いた。異なる精度 γ_r' のときは、この中等誤差の (γ_r') 倍すれば、異なる精度のときの中等誤差となる。

4. 計算結果



θ°														
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
(I)	m_A (m_B)	16.7	8.3	5.5	4.1	3.3	2.9	2.7	2.8	2.9	3.2	3.8	4.2	5.0
	m_c	0.4	0.9	1.3	1.9	2.4	2.9	3.5	4.3	5.0	5.9	7.3	8.6	10.8
(II)	m_A	11.7	5.7	3.7	2.7	2.1	1.8	1.7	1.8	1.9	2.3	2.7	3.3	4.1
	m_B	22.6	11.2	7.6	5.6	4.6	4.4	4.2	4.2	4.3	4.7	5.3	5.9	6.3
	m_c	7.6	4.1	3.3	3.1	3.2	3.6	4.2	4.7	5.6	6.5	7.9	9.1	11.6
(N)	m_A	10.0	4.9	3.1	2.2	1.6	1.3	1.2	1.3	1.5	1.8	2.2	2.3	3.4
	m_B	28.9	14.7	10.1	7.9	6.7	6.0	5.7	5.7	5.8	6.2	6.8	7.6	9.0
	m_c	14.7	7.8	5.8	5.1	4.8	5.0	5.4	6.0	6.6	7.7	8.8	10.4	12.7
(E)	m_A	9.5	4.7	2.8	1.9	1.3	1.0	0.8	0.8	1.0	1.3	1.7	2.2	2.8
	m_B	44.3	22.9	15.5	12.3	10.5	9.4	8.8	8.6	8.8	9.2	9.9	11.2	12.7
	m_c	29.8	15.4	11.2	9.3	8.5	8.2	8.3	8.6	9.3	10.3	11.6	13.5	15.9

5. 結論 上の表より、 $30^\circ \sim 100^\circ$ 程度の夾角を、甲等誤差の分布は、要求精度の範囲なら、無理に正三角形になるよう選定しなくても、かなりの精度は期待出来る。精度 $1/100,000$ は市販の測距儀を十分カバーする値と思われるので、上表の値より良くてもあろう。

10° ; 130° あたりは、急激に、甲等誤差は入ってくるので、このような選定は、さけるべきである。正三角形に近い、 50° , 60° , 70° の内角になるように選定すると、普通のトラニシット測角より、精度は良いのであろうか。以上のことは、単に三角形のみだと、條件式が未定なので、トラバース網、三角網に應用するとき、は、條件式が成立するよう選定計画をすべきである。