IV-156　　都市高速道路の動的流入制御

名古屋工業大学　正員　　松井　寛
名古屋工業大学　学生員　○佐藤　健朗

1. まえがき

都市高速道路の流入車制御理論として　LP制御に代表されるいくつかの制御理論が提案されている。しかしながら、従来の制御理論は定常流を対象とした制御を取り扱っており、時間的に変動する非定常交通流を扱ったものはない。そこで　本研究ではこのような非定常を対象として、高速道路区間上の状態方程式を用いる流入車制御について考察したものである。

2. 問題の定式化

まず、高速道路網を上下方向別に適当な区間に区分しそれぞれに番号をつける。いまある区間i上の交通流を連続マルコフ過程と仮定して　交通密度によって状態方程式を表わせば

$$l_i \dot{x}_i(t) = u_k(t) + \sum P_{ji} v_j(x_j)\cdot x_j - v_i(x_i)\,x(t) \qquad (1)$$

$x_i(t)$　：時刻tにおける区間i上の交通密度（状態変数）
$\dot{x}_i(t)$　：時刻tにおける区間i上の交通密度の変化率
$u_k(t)$　：時刻tにおける区間iに接続するランプkからの流入交通量（制御変数）
$v_i(x_i)$　：密度x_iによる区間i上の空間平均速度。ここではx_iの一次式と仮定して
　$v_i = a_i - b_i x_i$とし　a_i, b_iは道路規格により決定される定数。
P_{ji}　：上流側区間jから区間iへの推移確率
l_i　：区間iの距離

となる。　式において$u_k(t)$は各ランプkからの流入交通量を与える制御変数となり、以下の条件を満足しなければならない。

$$0 \le t \le T \text{ に対し} \quad 0 \le \int_0^t u_k(t)\,dt \le \min\left\{ \int_0^t g_k(t)\,dt + Q_{k0} \;,\; S_k \right\} \qquad (2)$$

T　：制御時間
$g_k(t)$　：時刻tにおけるランプkへの到着交通量（需要量）
Q_{k0}　：時刻$t=0$におけるランプkの待ち行列台数
S_k　：ランプkの容量

さらにランプでの待ち行列制限がある場合　次の条件が加わる。

$$0 \le t \le T \text{ に対し} \quad \int_0^t \{ g_k(t) - u_k(t) \}\,dt + Q_{k0} \le M_k \qquad (3)$$

M_k　：ランプkの許容待ち行列台数

評価基準としては以下のものが考えられる。

$$\left.\begin{array}{lll} \text{i) 総所要時間最小化} & : & \sum \int_0^T l_i x_i(t)\,dt + \sum \int_0^T \{ g_k(t) - u_k(t) \}(T-t)\,dt \longrightarrow \min \\ \text{ii) 利用台数最大} & : & \sum \int_0^T u_k(t)\,dt \longrightarrow \max \\ \text{iii) 利用台キロ最大} & : & \sum \int_0^T l_i \{ a_i - b_i x_i(t) \} x_i(t)\,dt \longrightarrow \max \end{array}\right\} \qquad (4)$$

以上問題をまとめると　条件(1),(2),(3)式の下に評価関数(4)式を最適化する問題となる。

3．モデルの最適化とその解法

2．で定式化した問題は連続型最大原理の問題となり．そのタイプとして制御時間Tとして終端時刻指定．終端状態未定の最適制御問題となる．また．制御変数 $u_k(t)$ は連続的な制御としても可能であるが、実際の交通管制上から上限値と下限値の切り換えによるリレー式制御とする。ところで以上の問題は速度を密度の一次式と仮定する限り非線形となり連続型のままでは解くことは容易でなく．実際の計算においては離散型最大原理として再定式化し計算を行うことになる．以下．評価関数として総所要時間最小を用いて定式化したものである。

離散型最大原理問題への再定式化

制御時間Tを Δt で段階 n $(n=0,\cdots,N)$ に区分し式を離散化する。ここに新しい状態変数として評価変数 x_0^n と時間変数 x_t^n を導入する。

$$\left.\begin{aligned} \text{状態方程式}\quad :\quad x_i^n &= T_i^n(x^{n-1}, u^{n-1}) = x_i^{n-1} + \left\{\Sigma \beta_{ji}(a_j - b_j x_j^{n-1}) x_j^{n-1} - (a_i - b_i x_i^{n-1}) x_i^{n-1}\right\} \Delta t / l_i \\ x_0^n &= T_0^n(x^{n-1}, u^{n-1}) = x_0^{n-1} + \left\{\Sigma l_i x_i^{n-1} + \Sigma(q_k^{n-1} - u_k^{n-1})(T - x_t^{n-1})\right\} \Delta t \\ x_t^n &= T_t^n(x_t^{n-1}) \qquad\quad = x_t^{n-1} + \Delta t \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$\text{ハミルトニアン}\quad :\quad H^n = T_0^n(x^{n-1}, u^{n-1}) + \Sigma z_i^{n-1} T_i^{n-1}(x^{n-1}, u^{n-1}) + z_t^n T_t^n(x_t^{n-1}) \qquad (6)$$

$$\text{補助変数}\quad :\quad z_i^{n-1} = \partial H^n / \partial x_i^{n-1} \quad , \quad z_t^{n-1} = \partial H^n / \partial x_t^{n-1} \qquad (7)$$

ここで評価関数として $J = x_0^N \rightarrow min$ であり　最大原理により最適制御は H^n を各段階で最適化するという問題となる。制御変数 u_k^n はリレー式制御とし　その上限値．下限値は(2)，(3)式より

$$\left.\begin{aligned} &:\quad min\left\{ q_k^n + \sum_{n=1}^{n-1}(q_k^n - u_k^n) + Q_{k0}/\Delta t \quad , \quad S_k \right\} \\ &:\quad max\left\{ q_k^n + \sum_{n=1}^{n-1}(q_k^n - u_k^n) + Q_{k0}/\Delta t - M_k/\Delta t \quad , \quad 0 \right\} \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

となり．境界条件として　初期値 x_i^0 を指定（ただし $x_0^0 = x_t^0 = 0$），z の終端値はすべて 0 である。

計算の手順

step 1　：　過程を通して各段階における制御変数 u_k^n $(n=0,\cdots,N)$ を(8)式に従って仮定する

step 2　：　仮定した u_k^n と指定した初期値 x^0 を用い．(5)式より各段階の x^n を計算する

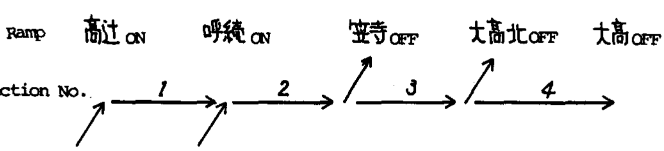
step 3　：　仮定した u_k^n と計算された x^n を用い　(7)式より逆時間に各段階の z^n を計算する．

step 4　：　計算された x^n，z^n を用い　(6)式により各段階で H^n を最適化する u_k^n を計算する

step 5　：　step 4 で求めた u_k^n が仮定した u_k^n と一致したならば計算完了．そうでないならば．求めた u_k^n を新しい制御変数として step 2　に戻る。

4、計算例

モデルとして右図の名古屋都市高速下り線を用い計算を行った。計算結果は当日発表の予定である。



5．あとがき

制御時間Tを未定とする場合、都市高速道路の緊急時制御として適用できる。タイプとしては終端時刻未定．終端状態指定の最大原理の問題となる。また．以上では非定常流について最大原理による制御法を述べたわけであるが、定常流に対する制御方法については　(1)式の左辺を 0 とおくことにより問題は t に無関係に定式化でき速度関数が定数または密度の一次式かにより．それぞれ　線型計画法、非線型計画法により計算を行うことができる。[2]

参考文献

1) 松井寛「非定常交通流における都市高速道路の流入制御」：54年度中部支部研究発表講演会概要集

2) 松井，佐藤「総所要時間最小化基準による都市高速道路流入制御」：同上

3) 宇野，菊池「最大原理入門」　共立全書　昭和42年