IV-155　動的信号制御問題の一解法

名古屋工業大学　正員　松井　寛

1. まえがき

本稿では交差点へ流入する交通量が時間的に変動する場合の最適信号制御問題について述べる。評価関数として平均遅れ時間を取り上げ，サイクルとスプリットさらに複数交差点を対象とする場合はオフセットを含めて同時最適化を図るが，本稿では紙面の制約から独立した単独交差点の動的信号制御（サイクルとスプリットの決定）を中心に述べてみたい。

2. 問題の定式化と解法

図-1に示すような独立した交差点の信号制御を考える。現示方式は標準的な2現示とし，東西方向を現示I，南北方向を現示IIと呼ぶことにする。また黄時間はあらかじめ与えられるものとする。

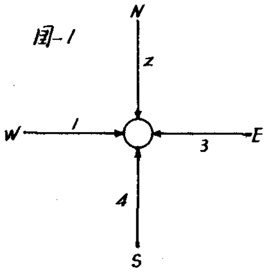


図-1

いま交差点各流入部リンク上の車の滞留台数の時間的変動に注目すると交通流をマルコフ流と仮定することにより次の状態方程式が成立することになる。

$$
\left.
\begin{aligned}
l_1\dot{x}_1(t) &= q_1(t)-u_1(t)\{1-u_{12}(t)\}\{a_1-b_1x_1(t)\}x_1(t)\\
l_2\dot{x}_2(t) &= q_2(t)-u_2(t)\{1-u_{21}(t)\}\{a_2-b_2x_2(t)\}x_2(t)\\
l_3\dot{x}_3(t) &= q_3(t)-u_1(t)\{1-u_{12}(t)\}\{a_3-b_3x_3(t)\}x_3(t)\\
l_4\dot{x}_4(t) &= q_4(t)-u_2(t)\{1-u_{21}(t)\}\{a_4-b_4x_4(t)\}x_4(t)
\end{aligned}
\right\} \quad (1)
$$

ここに，$x_i(t)$は時刻tにおける流入部リンクi（$i=1\sim4$）の交通密度，$\dot{x}_i(t)$はその変化率，$q_i(t)$は流入交通量，l_iはリンク長，また右辺第2項に現われる$\{a_i-b_ix_i(t)\}$は空間平均速度を意味し，これを交通密度の1次式と仮定して与えたものである。なおa_i, b_iは各流入部リンクの道路規格等によって決まる定数である。一方式中の$u_1(t)$，$u_2(t)$，$u_{12}(t)$，$u_{21}(t)$はそれぞれ信号表示を示す制御変数で，このうち$u_1(t)$は現示Iの場合1，それ以外で0の値を取る変数，また$u_2(t)$は逆に現示IIの場合に1，それ以外で0の値を取る変数である。一方$u_{12}(t)$，$u_{21}(t)$はそれぞれ東西方向，南北方向の信号が黄のとき1，それ以外で0の値を取る変数である。またこれら4つの制御変数がそれぞれ1の値を取る順番は図-2に示すようにあらかじめ指定されているとする。したがってサイクルと黄時間があらかじめ与えられる場合は，図-2に示す現示切替時刻t_sが決まれば信号表示が完全に決定されることになる。

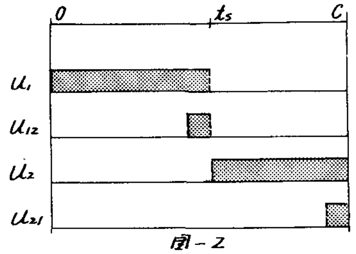


図-2

次に評価関数として平均遅れ時間最小を考える。これは次のように定式化される。

$$
\min J=\frac{1}{C}\int_0^C\{l_1x_1(t)+l_2x_2(t)+l_3x_3(t)+l_4x_4(t)\}dt \quad (2)
$$

ここにCは信号サイクルである。評価関数としてはこの他に交通処理量最大などが考えられよう。

以上の問題は結局最大原理の問題となり解法が得られることになる。なお最大原理において状態方程式が制御変数に関して線形であれば，制御変数が上限値と下限値の間で切替わるリレー式制御となり，この問題では(1)式から明らかなように各制御変数に関して線形となっているから，結局各制御変数は0と1の値を取る階段関数となり，この信号制御問題としては誠に好都合である。なお現示数がさらに増えた場合もその現示に対応した制御変数を追加導入すれば同様にして解くことができる。特に隣接した複数の信号交差点を考える場合，最適制御の解として求めた隣接交差点の青信号切替え時刻の時間差に注目すればこれが最適オフセットということであり，さらに周期を色々に変えて計算すれば，結局サイクル，スプリット，オフセットの3制御パラメータの組合せによる最適信号制御問題が解けることになる。ただ具体的に解く場合は，(1)式が状態変数に関して非線形な連立常微分方程式で表わされているため，このままでは一般に求解が困難で，時間を離散化し離散型最大原理の問題として解く必要がある。

3. 計算例

はじめに孤立した単独信号交差点に一定の交通量が流入する場合を考えてみよう。周期を固定した場合の最適スプリットは以下の計算手順によって求まる。

i). 最適制御ベクトルuを仮定する。

ii). 仮定したuと指定された状態ベクトルの初期値x_0を用いて(1)式で与えられる状態方程式を解く。

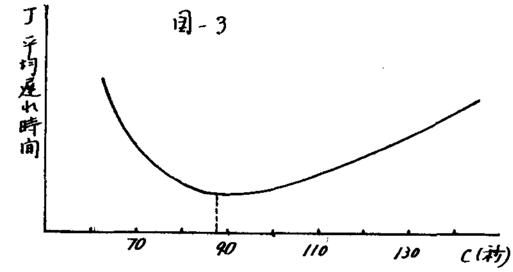
iii). 計算されたxと仮定したuを用いて補助ベクトルλを求める。

iv). これらのxおよびλを用いてハミルトニアンHを最大にする制御ベクトルuを計算する。

v) 手順iv)で求めたuがはじめに仮定したuと一致すれば計算完了。そうでないならば求めたuを新しく導入して手順ii)に戻る。

図-3は東西，南北各方向のうちそれぞれ卓越した方向の交通量を0.54台/秒，0.36台/秒，リンク長をそれぞれ300m，リンク容量を共に1.167台/秒と仮定して$a=16.67$，$b=59.54$とおき，最適スプリットを計算したときの平均遅れ時間と周期との関係を示している。なおこの計算では定常な交通流を仮定しているので，状態変数xの初期値x_0と終端値x_eが一致するよう収束計算を行っている。図-3はWebsterらの研究による平均遅れ時間と周期との関係にきわめて類似しており，このときの最適周期は87秒となる。なお従来用いられている遅れ最小となる最適周期を求める実験式

図-3



$$C_{op} = \frac{1.5L+5}{1-\lambda} \tag{3}$$

（ここに，L：1サイクル当りの損失時間，λ：交差点の飽和度）から得られる最適周期もやはり87秒となり完全に一致する。一方最適スプリットは東西方向が0.61，南北方向が0.39となり，これも各現示の飽和度に比例して青時間を配分する従来の方法による結果（0.6：0.4）とほゞ一致している。

次に動的な信号制御を考えてみる。流入交通量を次のように与える。

$$q_1(t) = 0.25 - 0.125\times10^{-3}t + 0.125\times10^{-6}t^2 - 0.04\cos(0.03t)$$

$$q_2(t) = 0.32 - 0.3\times10^{-7}t^2 - 0.04\cos(0.03t)$$

$$q_3(t) = 0.50 - 4.5\times10^{-5}t + 0.04\cos(0.03t)$$

$$q_4(t) = 0.20 + 0.6\times10^{-4}t + 0.04\cos(0.03t)$$

ここに交通量の単位は台/秒，tの単位は秒である。このときの最適サイクルとスプリットをオンライン的に計算してみよう。スプリットの最適化は前述のとおりであり，これにサイクルの最適化計算を組合せればよい。サイクルの最適化は非定常交通流においても平均遅れ時間とサイクルの関係が図-3に示すような単峰関数となることを仮定し，黄金分割法によって探索を行った。なお探索区間として常用サイクルの範囲である60～150秒をとった。初期値は最初すべて0とし，2回目以降は前のステップの終端値が次のステップの初期値となるように計算を進めた。計算の結果は表-1に示すとおりである。この結果によれば，最初の数ステップは初期値の影響を受けて変動するが，次第にスプリット，サイクル共にほゞ安定した値に収斂していく傾向が見られる。

4. あとがき

現実における交通流のバラツキを考えれば，本稿で取り上げたような動的信号制御がどの程度実用的であるかは今のところわからない。特にサイクルについてはここで取り上げた計算例からもわかるように，オンライン的な最適化はあまり実用的な意味を持たないかもしれない。本モデルの問題点として，リンク長lの取り方が解，特に最適サイクルに影響を与えることである。従ってlの合理的な決定方法を確立することが今後の課題である。

表-1. 最適サイクルとスプリット

ステップ	現示I (秒)	現示II (秒)	最適周期 (秒)	平均遅れ時間 (秒)
1	55	26	81	24.99
2	39	22	61	46.36
3	35	26	61	53.40
4	40	33	73	56.26
5	46	34	80	56.52
6	45	35	80	56.20
7	46	35	80	56.38
8	46	35	81	55.91
9	45	35	80	55.81
10	46	35	81	55.86