

北海道大学 学生員 岩崎 泰彦
 北海道大学 正 員 佐藤 馨一
 北海道大学 正 員 五十嵐日出夫

1. はじめに

従来、交通信号が交通流に与える影響を解明するために待ち行列理論を用いて、種々の研究が行われてきた。しかし、これらの研究においては、次の問題点を含んでいるため、十分な現象把握がおこなわれているとはいえない。

- (i) 理論構成上各種の単純化がおこなわれており、現実を十分に反映し得ない。
- (ii) 信号の赤現示、青現示を断続的に表現することができない。
- (iii) 理論的に正確であるが、計算上困難で、最終的な解を導き出すことができない。

本研究は、このような問題点を軽減するために、集団待ち行列理論を導入し、信号交差点を対象に車列推定モデルを構築する。そして、信号の交通流への影響を、車列の推定を通して明らかにしようとするものである。

2. 集団待ち行列系の導入

信号交差点において、青現示時間をサービスがなされている状態と仮定したとき、信号交差点は断続的なサービス形態をもつシステムとみなすことができる。この停止と実行が相互に繰り返えられる状態は、一般の待ち行列理論によって説明することは容易でなく、集団サービスを持つ待ち行列系の導入によって、より適確に表現することが可能となる。

さて、実際の信号におけるサービスはある確率分布に従っているが、しかし集団待ち行列理論においてはサービスは一瞬にして終了するとしているのでサービス形態の相違が問題となり、そのままでは集団待ち行列理論を適用することはできない。そこで最大通過台数 S に注目することにした。今一度の青現示で通すことが可能な台数を S とおくと、 S より少ない台数が青現示直前で待っているときは、全台処理され、次の青現示直前では赤現示中に到着した台数がその車列となる。次に S より多い台数が待っている場合は、 S 台処理され、残った車と赤現示中に到着した台数の和が、車列の長さとなる。したがって赤現示で停滞する車両数は、着目する時点と青現示開始直前におくと、青現示時間のサービス形態によって左右されるのではなく、その青現示によって通過し得る最大数 S によって定まることが理解される。本研究では、最大数 S は信号機が過負荷の状態の場合に与えられるものとし、①式によって計算される。⁽¹⁾⁽²⁾

すなわち、 N 台目の車の交差点通過所要時間 T_N は、

$$T_N = PN + \frac{K}{V} \sqrt{\left\{ D + C(N-1) \right\} \left\{ D + C(N-1) + \frac{V^2}{4} \right\}} \quad \text{--- ①}$$

ここで K : 加速度係数 P : 知覚反応時間 N : 赤現示で停止した車両の順番

V : 走行速度 C : 停止車両の車頭間隔 D : 交差点の幅

①式において、 $T_N = \alpha$ (青現示時間) としたときの N を持って最大数 S とする。

3. 信号交差点平均車列長推定モデルの定式化⁽³⁾⁽⁴⁾

本研究では、信号交差点の青現示時間間隔が指数分布であることを最初に仮定して、平均車列長推定モデルの構築を行なった。この仮定は、例えば手押し式信号機が設置されたときの車列長を与える。さらにモデルの構築に際し次の仮定を行なった。*i)* 車の到着はポアソン到着に依る。*ii)* 車の到着率は λ とする。*iii)* どのサービス時点についても、サービスを受け得る最大数は S とする。

平均車列長推定式は、以上の仮定に基づき次のように誘導することができる。

n 番目のサービス時点直前のシステム内の車の台数 g_n は

$$g_n = \begin{cases} g_n + x_n - S & (g_n \geq S) \\ x_n & (g_n < S) \end{cases} \quad \text{--- ②}$$

ここで、 x_n : n 番目と $n+1$ 番目のサービス時点間の正間内での到着と表わされる。

x_n の確率母関数は、

$$\sum_{k=0}^{\infty} Z^k P(x_n=k) = G^*(\lambda - \lambda Z) \quad (* \text{ はラプラス変換})$$

つぎに $\sum \pi_j = 1$ なる平衡分布 $\{\pi_j\}$ が存在することにより

$$\pi_k = \sum_{j=k}^{\infty} \pi_j \gamma_{s+k-j} + \gamma_{s,0} \sum_{j=0}^k \pi_j \quad (\text{但し } \gamma_k = P(x_n=k))$$

これを变形して

$$\Pi(Z) = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j (Z^s - Z^j)}{Z^s \{G^*(\lambda - \lambda Z)\}^T - 1} \quad \text{--- ③}$$

仮定より、 $G(x) = 1 - e^{-\mu x}$ ($\mu > 0$) より、

$$G^*(Z) = \frac{\mu}{\mu + Z} \quad \text{--- ④}$$

4. モデルの感度分析

モデル推定値と実測の各現示ごとの車列長の比較を図1に示す。実測値は国道12号線上幌向の半感式信号交差点で観測されたものである。図1から実測値はほぼモデル推定値のまわりに集まっていることがわかる。さらに適合度検定を行なった結果、双方に有為な差がないという結果となっている。これから、当モデルの感度はかなり良好であり、十分実用に耐え得ると考えられる。

また、最大数 S を変化させた時の待ち台数の変化を図2に示す。この図より、 S が小さくなると車列長は急激に増大し、 S がある値以上になると S の増減による車列長の変化は小さくなることわかる。また、サービス間隔を一定分布とする集団待ち行列理論を導入すれば、定周期信号交差点における平均車列長の推定が可能となる。

【謝辞】 実測値を提供して下さった、北海道開発局土木試験所道路研究室の皆様には深く感謝の意を表します。

【参考文献】

- (1) W.R. Bellis: Capacity of Traffic and Traffic Signal Timing
H.R.B. Bull. 271, 1960
- (2) M.ウォール, B.V.マーケン: 計画者と技術者のための交通工学
鹿島出版会, 1973
- (3) Norman. T.J. Bailey: On Queueing Processes with Bulk Service
J.R. Statist. Soc. B. 16, 1954
- (4) 吉川知広, 木俣 昇: 港口における開門の適正規模決定法に関する研究, 土木学会論文集第154号

ゆえに

$$\Pi(Z) = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j (Z^s - Z^j)}{Z^s \{1 + \frac{\lambda}{\mu} (1-Z)\} - 1} \quad \text{--- ⑤}$$

この分母の零点のうち単位内外に1つしか零点がないので

$$\Pi(Z) = \frac{|Z^s - 1|}{|Z^s - Z|} \quad \text{--- ⑥}$$

以上より、平均車列推定値 $E(Q)$ は

$$E(Q) = \sum_{j=0}^{s-1} \frac{1}{Z^j - 1} \quad \text{--- ⑦}$$

で表わされる。

ここで Z_j は

$$Z^s (1 + \rho(1-Z)/k) - 1 = 0$$

の解である。但し、 S : 1回の青現示で通過し得る最大数、 ρ : 平均サービス間隔と到着率の積、 k : アーラン分布のパラメータで、指数分布の場合は1である。

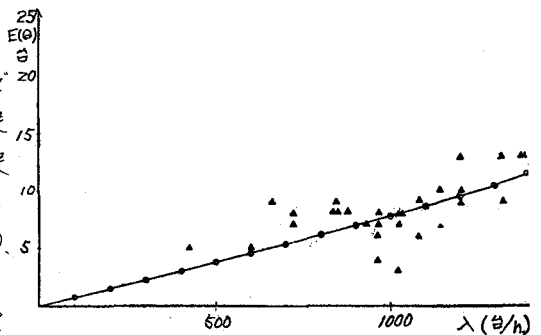


図1 実測値とモデル推定値の比較

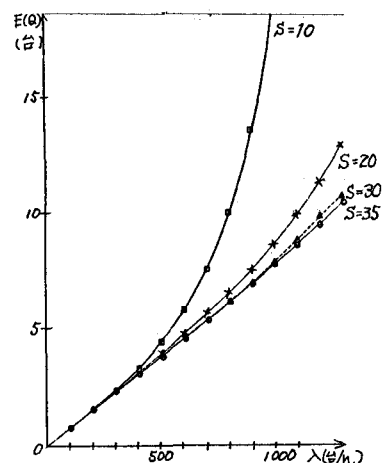


図2 最大数 S と推定平均車列との関係