Ⅳ-26　交通ネットワークの最適段階建設

神戸大学工学部　正　員　枝村　俊郎
神戸大学工学部　正　員　森津　秀夫
神戸大学大学院　学生員○亀山　寿仁

1、まえがき

従来の最適ネットワーク問題は、ある計画対象年次を設けその時点の需要交通量をさばくための最適なネットワークを調べるものである。しかし、計画対象となるネットワークが大規模になった場合、建設に長期間を要することになる。そこで、需要交通量の変化を見込み建設時期をいくつかに分け、順次ネットワークを整備する問題を解く必要が生じる。本論文では、建設途中のネットワークの状態も考慮に入れた上で計画期全体を対象とし、どのようなネットワークが最適であるかを決定する手法を提案する。

2、段階建設問題の定式化

$$\min Z=\sum_{t=1}^{T}\Big(w^t\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} g_{ij}^{t+1}\, d_{ij}^{t}\,(x_1^t, x_2^t, \cdots\cdots, x_k^t, \cdots\cdots, x_m^t)\Big) \qquad (1)$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{k=1}^{m} C_k(x_k^t - x_k^{t-1}) \leqq C^t \qquad (t=1,2,\cdots,T) \qquad (2)$$

$$x_k^t \leqq x_k^{t+1} \qquad (k=1,2,\cdots,m) \qquad (3)$$

$$x_k^t = 0 \text{ or } 1 \qquad (4)$$

$$x_{k'}^0 = 1\ 、\ x_k^0 = 0 \qquad (k'=1,2,\cdots,m'\ ;\ k=m'+1,\cdots,m) \qquad (5)$$

ここに、Z：目的関数の値、d_{ij}^t：t期のijノード間最短距離、g_{ij}^t：t期のijノード間OD交通量、x_k^t：t期のkリンクの状態を表わす0－1変数でt期のネットワークに含まれるとき$x_k^t=1$とする。k, k'：リンク番号、m'：既存リンク数、m：リンク数、n：ノード数、T：期間数、C_k：kリンク建設費、C^t：t期予算、w^t：t期の重み、なお、定式化を行なうにあたり、リンクは一度建設されれば以後残ることと、予算が余ってもリンクを途中まで建設したり、次の期に予算の余りを加えることはないということを仮定とした。

3、厳密解法

基本的には、backward法的にリンクを固定し実行可能解を求める[1]ことと、backtrackingを行ない厳密解を探索することを行なう。以後本論文での変数の表わし方は、$x_k=t$の形にする。これはリンクの建設期を表わし、$x_k^t=0$ or 1の形で表わした場合初めて$x_k^t=1$となったときのtを用い$x_k=t$と表わす。リンク数m、期間数Tのとき変数の数は$x_k^t=0$ or 1では$(T\cdot m)$個となるが、$x_k=t$ではm個ですむため記憶容量の減少に役立つ。3リンク3ノードのネットワークを3期にわたり建設するとし、$x_k=t$の形で表わした場合の組み合わせトリーは図1のようになる。図1で$x_k=-1$のリンクは最後まで建設しないことを表わす。また計算量を減少させるために実行可能解に対する目的関数の下限値の使用とリンクの並べかえを行なった。実行可能解に対する目的関数の下限値とは式(6)、(7)により求まるものである。

$$Z^f=\sum_{t=1}^{T}(Z^{t0}+F^t)\,w^t \qquad (6)$$

$$F^t=f_k^t\,y_k^t \qquad (7)$$

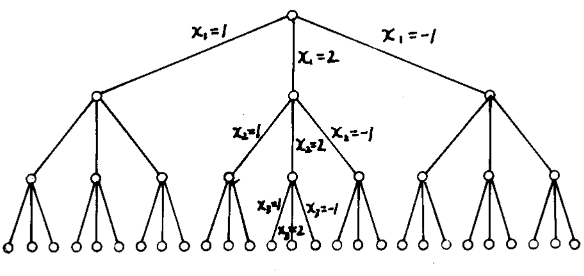

図1　3期にわたり建設する場合の組み合わせトリー

ここに、Z^f：実行可能解に対する目的関数の下限値、Z^{t0}：最大ネットワークにt期のOD交通量を流したときのノード間最短距離にOD交通量を乗じたものの合計、F^t：実行可能解のt期における目的関数の増加の下限値、w^t：t期の重み、f_k^t：最大ネットワークからkリンクを除去したときのt期におけ

る増加の下限値、y_k^t：kリンクの状態を表わす0－1変数でt期のネットワークに含まれないとき$y_k^t=1$となる。この実行可能解に対する目的関数の下限値がそれまでに求まっている最も良い値である上限値よりも小さいときにのみ、目的関数の値を求めることになる。また並べかえは、a_k^T/c_kの小さい順にリンク番号をつけ直すことである。ここでTは計画最終期を表わす。

厳密解を求めるアルゴリズムは次のようになる。

①backward法により初期解を求め目的関数の値をz^0、計画完成時のネットワークに含まれるリンクの建設費合計をC^0、解を$X^0=\{x_1^0, x_2^0, \cdots, x_m^0\}$とする。すべての変数を自由変数とする($x_k \Leftarrow -1$)。

②その節点で固定変数を予算制約に加える。制約を満たしていれば、自由変数のリンクをすべてt期に建設するとみなし、t期予算を満たすまでそのリンクの中でリンク番号の小さいものから順に除去して残りのリンクを固定し実行可能解を求める。そして③へ。実行可能解が求まらなければ、⑤へ。

③その実行可能解に対し目的関数の下限値z^tを求める。$z^t \leq z^0$なら④へ、他は⑤へ。

④目的関数の値Z、ネットワークに含まれるリンクの建設費合計Cを求める。$Z<z^0$または$Z=z^0$、$C<C^0$なら(z^0、C^0)を(Z、C)、X^0を$X=\{x_1, x_2, \cdots, x_m\}$で置き換えて⑤へ。

⑤その節点へ来るときの分枝変数が$x_k \neq 1$なら⑥へ。$x_k=1$なら$x_k \neq 1$の分枝変数が来ている節点まで戻り⑥へ。戻る節点がないときは計算終了でX^0が最適解である。

⑥$x_k=-1$なら$x_k=T$の節点へ、$x_k>1$なら$x_k=x_k-1$の節点へ進み②へ。

このアルゴリズムによる組み合わせトリー上の探索手順は、図1のトリーでは全体に右から左へ探索していく。途中の節点では、実行可能解を求めるように分枝していき、一番下の段に到達したときに目的関数の下限値を求めることになる。

4、例題

図2の最大ネットワークに厳密解法を適用する。図2でリンクのそばのかっこ内の数字がリンク長と建設費を表わす。このネットワークに対し、$C^1=C^2=C^3=1050$、$W^1=1$、$W^2=2$、$W^3=10$、の条件で3期にわたり建設すると考える。その結果を図3に示す。リンクのそばの数字は建設期を示し、0は既存リンクを表わす。また、計算過程で生じた実行可能解数、目的関数計算回数、何番目実行可能解が最適解となったかを表1に示す。

表1を見ると実行可能解の中で早い段階で最適解が求まっていることと、目的関数の計算回数が実行可能解数に比較し少なくなっていることより、計算量の減少が確かめられた。

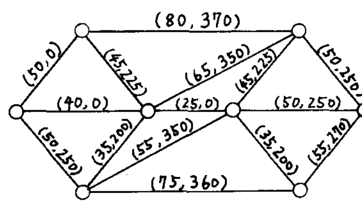

図2　例題の最大ネットワーク

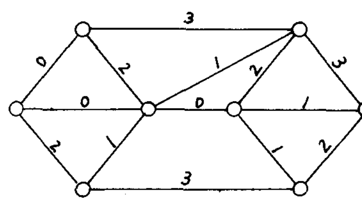

図3　厳密解の表わすネットワーク

表1　実行可能解数、目的関数計算回数
何番目実行可能解が最適解か

実行可能解数	目的関数計算回数
217025	1620
何番目実行可能解が最適解か	
3304	

5、あとがき

例題に適用した結果、アルゴリズムの有効性が確かめられた。条件により得られる結果は異なってくるが、実際の複雑なネットワークに適用するには、この厳密解法のアルゴリズムよりもさらに計算時間が短かく十分実用的な解の得られる近似解法の提案が必要であろう。

参考文献

1)枝村俊郎．森津秀夫：最適交通ネットワーク問題の厳密解法と近似解法．土木学会論文報告集　第262号