

(株) 熊谷組技術研究所 正谷 貢 大塚 本夫

同 同 上野 正高

同 同 〇 郡 常雄

1. はじめに

近年、都市またはその周辺部において地下工事が増加してきて、地表構造物の関係上地表沈下に関する種々の問題が惹起してきている。本報文はそうした背景のもとに、土被りの浅いトンネル掘削による地山の沈下量を推定する一手法を提示するものである。

2. 問題の設定

問題の解法上地山は弾性体と見なし等方等質と考える。モデルは単体のトンネルの影響のみを考慮する。トンネルの境界条件としては、トンネル被りとトンネル径との影響を考慮したものとする。

3. 地山の初期応力状態

地表面よりある深さにある円形トンネルの中心軸と0とすると、中心軸0より距離Zにあるトンネル周辺応力、 $\bar{\sigma}_r$, $\bar{\sigma}_\theta$, $\bar{\tau}_{r\theta}$ は次のようになる。

$$\bar{\sigma}_r = \frac{1+\lambda}{2} \gamma' z_0 + \frac{3+\lambda}{4} \gamma' r \cos \theta + \frac{1-\lambda}{2} \gamma' z_0 \cos 2\theta + \frac{1-\lambda}{4} \gamma' r \cos 3\theta \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{1+\lambda}{2} \gamma' z_0 + \frac{1+\lambda}{4} \gamma' r \cos \theta - \frac{1-\lambda}{2} \gamma' z_0 \cos 2\theta - \frac{1-\lambda}{4} \gamma' r \cos 3\theta \quad (2)$$

$$\bar{\tau}_{r\theta} = -\frac{1-\lambda}{4} \gamma' r \sin \theta - \frac{1-\lambda}{2} \gamma' z_0 \sin 2\theta - \frac{1-\lambda}{4} \gamma' r \sin 3\theta \quad (3)$$

但し、 λ = 側圧係数、 γ' = 地山の単位体積重量、 r = トンネル半径

z_0 = 地表面からトンネル中心軸までの距離、 Z = 中心軸からZの距離

4. 地山の2次応力状態

トンネルが掘削された影響を考慮した新しい応力関数を考える。それはトンネル周辺では境界条件と満足し無限遠の条件で(1)~(3)となるような補助関数と考える。(1)~(3)を考慮して次の関数が適当であると思われる。

$$\varphi'(Z) = \frac{A_1}{Z} + \frac{A_2}{Z^2} + \frac{A_3}{Z^3} \quad (4)$$

$$\psi''(Z) = \frac{B_0}{Z^2} + \frac{B_1}{Z^3} + \frac{B_2}{Z^4} + \frac{B_3}{Z^5} \quad (5)$$

(4), (5)の補助関数を用いて、トンネル掘削の影響を考慮した新しい応力関数を求めると

$$\sigma_r = -\frac{B_0}{r^2} + \left(\frac{3A_1}{r} - \frac{B_1}{r^3}\right) \cos \theta + \left(\frac{4A_2}{r^2} - \frac{B_2}{r^4}\right) \cos 2\theta + \left(\frac{5A_3}{r^3} - \frac{B_3}{r^5}\right) \cos 3\theta \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = \frac{B_0}{r^2} + \left(\frac{A_1}{r} + \frac{B_1}{r^3}\right) \cos \theta + \frac{B_2}{r^4} \cos 2\theta + \left(\frac{B_3}{r^5} - \frac{A_3}{r^3}\right) \cos 3\theta \quad (7)$$

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{A_1}{r} - \frac{B_1}{r^3}\right) \sin \theta + \left(\frac{2A_2}{r^2} - \frac{B_2}{r^4}\right) \sin 2\theta + \left(\frac{3A_3}{r^3} - \frac{B_3}{r^5}\right) \sin 3\theta \quad (8)$$

実際のトンネル周辺応力は(1)+(6), (2)+(7), (3)+(8)を考え、トンネル壁面の境界条件 $\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$ なることで、各係数の定数を求めることにより得られる。実際のトンネル周辺応力は次のようになる。

$$\sigma_r = \frac{1+\lambda}{2} \gamma' z_0 - \frac{B_0}{r^2} + \left(\frac{3+\lambda}{4} \gamma' r + \frac{3A_1}{r} - \frac{B_1}{r^3}\right) \cos \theta + \left(\frac{1-\lambda}{2} \gamma' z_0 + \frac{4A_2}{r^2} - \frac{B_2}{r^4}\right) \cos 2\theta + \left(\frac{1-\lambda}{4} \gamma' r + \frac{5A_3}{r^3} - \frac{B_3}{r^5}\right) \cos 3\theta \quad (9)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1+\lambda}{2} \gamma' z_0 + \frac{B_0}{r^2} + \left(\frac{1+\lambda}{4} \gamma' r + \frac{A_1}{r} + \frac{B_1}{r^3}\right) \cos \theta - \left(\frac{1-\lambda}{2} \gamma' z_0 - \frac{B_2}{r^4}\right) \cos 2\theta - \left(\frac{1-\lambda}{4} \gamma' r - \frac{B_3}{r^5} + \frac{A_3}{r^3}\right) \cos 3\theta \quad (10)$$

$$\tau_{r\theta} = -\left(\frac{1-\lambda}{4} \gamma' r - \frac{A_1}{r} + \frac{B_1}{r^3}\right) \sin \theta - \left(\frac{1-\lambda}{2} \gamma' z_0 - \frac{2A_2}{r^2} + \frac{B_2}{r^4}\right) \sin 2\theta - \left(\frac{1-\lambda}{4} \gamma' r + \frac{3A_3}{r^3} + \frac{B_3}{r^5}\right) \sin 3\theta \quad (11)$$

トンネル周辺の変位は、

$$U_r = -\frac{1+\nu}{E} \left\{ (1-\nu) \left\{ \frac{B_0}{r} + (3A_1 \ln r + \frac{B_1}{2r^2}) \cos \theta - (\frac{4A_2}{r} - \frac{B_2}{3r^3}) \cos 2\theta - (\frac{5A_3}{2r^2} - \frac{B_3}{4r^4}) \cos 3\theta \right\} \right. \\ \left. - \nu \left\{ -\frac{B_0}{r} + (A_1 \ln r - \frac{B_1}{2r^2}) \cos \theta - \frac{B_2}{3r^3} \cos 2\theta - (\frac{B_2}{4r^4} - \frac{A_2}{2r^2}) \cos 3\theta \right\} \right\} \quad (12)$$

$$U_\theta = -X - \frac{1+\nu}{E} \left\{ (1-\nu) \left\{ (\frac{A_1}{r} + \frac{B_1}{r^3}) \sin \theta + \frac{B_2}{2r^2} \sin 2\theta - \frac{1}{3} (\frac{B_2}{r^3} + \frac{A_3}{r^5}) \sin 3\theta \right\} \right. \\ \left. - \nu \left\{ (\frac{3A_1}{r} - \frac{B_1}{r^3}) \sin \theta + \frac{1}{2} (\frac{4A_2}{r^2} - \frac{B_2}{r^4}) \sin 2\theta + \frac{1}{3} (\frac{5A_3}{r^3} - \frac{B_3}{r^5}) \sin 3\theta \right\} \right\} \quad (13)$$

$$\text{但し } X = -\frac{1+\nu}{E} \left\{ (1-\nu) \left\{ (3A_1 \ln r + \frac{B_1}{2r^2}) \sin \theta + \frac{1}{2} (\frac{B_2}{3r^3} - \frac{4A_2}{r}) \sin 2\theta + \frac{1}{3} (\frac{B_2}{4r^4} - \frac{5A_2}{2r^2}) \sin 3\theta \right\} \right. \\ \left. - \nu \left\{ (A_1 \ln r - \frac{B_1}{2r^2}) \sin \theta - \frac{B_2}{6r^3} \sin 2\theta - \frac{1}{3} (\frac{B_2}{4r^4} - \frac{A_2}{2r^2}) \sin 3\theta \right\} \right\}$$

(9)~(13) 式までの各係数は次のようなものとする。

$$A_1 = -\frac{r_0^2}{2}, \quad A_2 = -\frac{a^2(1-\lambda)^2 z_0}{2}, \quad A_3 = -\frac{(1-\lambda)^2 r_0^2 a^2}{4}$$

$$B_0 = \frac{(1+\lambda)^2 r_0^2 a^2}{2}, \quad B_1 = -\frac{r_0^2 a^2 (3-\lambda)}{4}, \quad B_2 = -\frac{3(1-\lambda)^2 r_0^2 a^2}{2}, \quad B_3 = -(1-\lambda)^2 r_0^2 a^2$$

5. モデル計算

次の条件で、トンネル周辺応力と変位を求める。

土被り(m)	トンネル半径(m)	弾性係数(kg/cm ²)	ポアソン比	単位体積重量(t/m ³)	側圧係数
11.7	3.25	300	0.4	1.4	0.3

Table-1 計算条件

計算結果と Fig1~Fig4 及び Table-2 に示す。

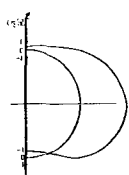


Fig.1 トンネル周辺応力分布図

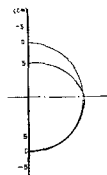


Fig.2 トンネル変位図

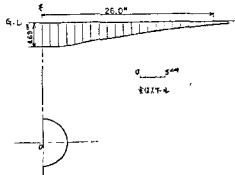


Fig.3 地表面沈下量

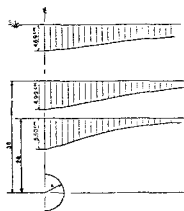


Fig.4 地山内の変位

また、有限要素法による沈下量の推定結果は Table-3 に示す。

6. 解の評価

地表面の最大沈下量は 4.69cm で F.E.M の結果の約 1/2 であり、天端では F.E.M の結果の約 1/5 となっており、弾性論による結果がかなり小さい値を示している。また地表面沈下の影響範囲は、センターより約 26m 以上にある。

これは地山を完全弾性体とし、一つの連続体構造物と考えて解析したため、地山の物性値を一つのものとして代表できないためと思われる。しかし、有限要素法が多くのコストと必要とするのに比べ、沈下量を簡便に短時間で推定する手法としては、弾性論による方法も意味のあるものと思われる。

参考文献 森口繁一 2次元弾性論（岩波書店）

・C. T. ワン、猪瀬寧雄訳 応用弾性学（森北出版）

・宮下和夫、トンネル掘削における地表沈下について（トンネルと地下 '73年7月）

・Fritz Hartmann: Elastizitätstheorie des ausgekleideten kreisförmigen Tunnelhohlraumes und des eingeboreiten kreisförmigen Rohres (Strasse Brücke Tunnel 8/1970 ~ 9/1970)

地表面	11.3
天 端	31.1
インバート	2.01

Table-3 F.E.Mによる沈下量 単位[cm]

地表面	4.69
天 端	6.70
インバート	0.621

Table-2 沈下量 単位[cm]