

矢板式基礎の計算法に関する考察

阪神高速道路公団

正会員

前原 博

"

"

江見 晋

1. まえがき

矢板式基礎は「矢板式基礎の設計と施工指針」(矢板式基礎研究委員会・昭和47年3月)が発行されて以来、多くの実績がみられるようになった。この指針では矢板式基礎を1本の弾性支床上の棒としてモデル化している。

土木研究所資料オ1175号, 1977-2; 矢板式基礎の設計法(その1)による, 駒田・岡原の理論では群杭的なモデルで扱っている。われわれはこの理論とモデル化にはらうい, 実用的な精度を考慮してモデル化と理論を単純化し, 計算式の簡易化を試みた。本文ではその概要を紹介する。得られた結果は, モデルの共通性から, 杭基礎, 多柱式基礎, 矢板式基礎等の各形式の基礎と統一的に扱う事が可能となる方法をも示唆しているものと思われる。

2. 構造および変形のモデル化

矢板式基礎の頂部部を杭基礎のフーチング部と同様にみなし剛体と仮定し, 矢板根入部は多数本の杭部杭が集合しているものとする。矢板式基礎特有の隣り合う矢板間の継手処理効果についてはまず無視して考えることにする。基礎の変位は矢板根入部の変形により起ると考え, 矢板根入部全体の変形は, 部杭曲げ変形, 全体曲げ変形および水平せん断変形の3種類の变形が重なって生じると考える。この様子を図-1に示す。そして具体的な基礎のモデルとして変形状態を表したものが図-2である。この図の考え方は, 変形前に平面Aにあった断面は全体曲げ変形により面A'になり, 角度 φ をなす。次に部杭曲げ変形により各部杭に回転変位が加わり階段状の断面A'になり, 部杭 i では角度 θ_{mi} が加わる。そしてせん断変形が加わると水平軸に対して平行に移動し, 水平軸に対する回転角 φ , θ_{mi} は変らないが, 鉛直軸に対してはせん断変形角 φ_2 が加わり, 図の破線で示す位置から実線で示す位置に変わるものとする。各部杭間の部杭間距離は一定とする。

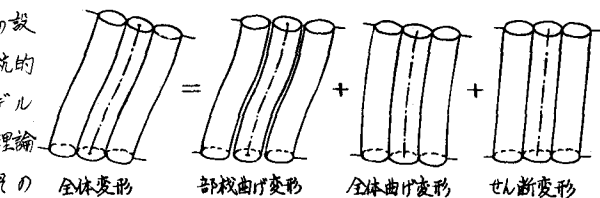


図-1. 変形のモデル化

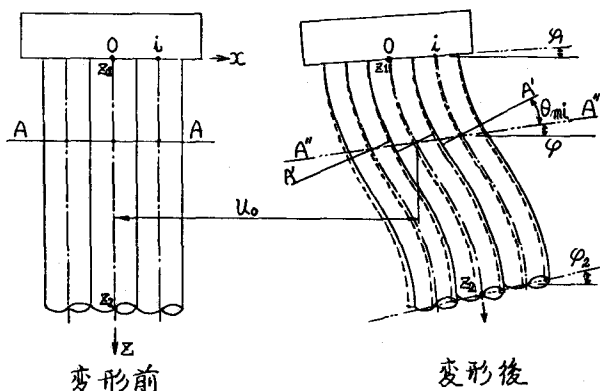


図-2. 変位モデル

図-3. 局部座標

この図の考え方は, 変形前に平面Aにあった断面は全体曲げ変形により面A'になり, 角度 φ をなす。次に部杭曲げ変形により各部杭に回転変位が加わり階段状の断面A'になり, 部杭 i では角度 θ_{mi} が加わる。そしてせん断変形が加わると水平軸に対して平行に移動し, 水平軸に対する回転角 φ , θ_{mi} は変らないが, 鉛直軸に対してはせん断変形角 φ_2 が加わり, 図の破線で示す位置から実線で示す位置に変わるものとする。各部杭間の部杭間距離は一定とする。

3. 変位場の仮定

全体座標および局部座標を図-2, 3に示すように設ける。任意点のx軸及びy軸方向の変位成分を次のようにかく, $U_i = U_M + U_{mi} + U_a$, $W_i = W_{mi} + W_{si} \dots (1)$

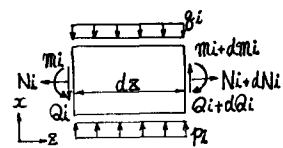


図-4. 要素モデル

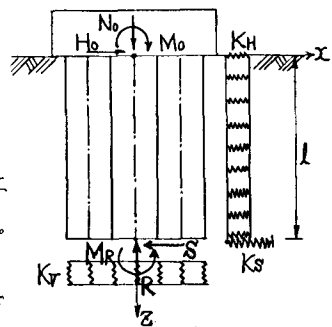


図-5. 基礎のモデル

式中 U_M は部材軸力のなすモーメント M_G による x 軸方向変位成分, U_A はせん断力による変位成分, U_{Mi}, W_{Mi} は部材 i の部材モーメント M_i による x, z 軸方向変位成分, W_{Ai} は軸力及び m_i による z 方向変位成分である。全体中心線の変位は添字 i を 0 と表す。 z 軸方向微係数は次のようにかく。 $\frac{\partial}{\partial z}(\) = ()'$ と表す。

$$\theta_i = U_i' = \varphi + \theta_{mi} + \theta_a, \quad \varphi = U_0', \quad \theta_{mi} = U_{Mi}', \quad \theta_a = U_A' \quad \dots (2)$$

$$\theta_{mi} = \theta_{mo} \text{ とすると任意点の変位 } (U_i, W_i) \text{ は} \quad U_i = U_0, \quad W_i = W_0 - \varphi x_i - (\varphi + \theta_{mo}) z \quad \dots (3)$$

$$\text{任意点のひずみ } (\varepsilon_{xi}, \gamma_{xzi}) \text{ は} \quad \left. \begin{aligned} \varepsilon_{xi} &= \frac{\partial U_i}{\partial x} = W_0' - \varphi' x_i - (\varphi + \theta_{mo})' z \\ \gamma_{xzi} &= \frac{\partial U_i}{\partial z} + \frac{\partial W_i}{\partial x} = \theta - \frac{\partial W_0}{\partial x} = \theta_a = U_0' - \varphi - \theta_{mo} \end{aligned} \right\} \quad \dots (4)$$

4. 断面力の定義

部材 i の断面力を (N_i, M_i, Q_i) とし, 全体断面の断面力 (N, M_G, M_p, Q) を次のように定義する。

$$N = \sum_i N_i = \sum_i \int_{A_i} \sigma_{xi} dA_i, \quad M_G = \sum_i x_i N_i = \sum_i \int_{A_i} \sigma_{xi} x_i dA_i, \quad M_p = \sum_i m_i = \sum_i \int_{A_i} \sigma_{xi} z_i dA_i, \quad Q = \sum_i Q_i = \sum_i \int_{A_i} \tau_{xzi} dA_i \quad \dots (5)$$

図-4 に示す微小要素について, 分布力と部材断面力が作用した場合の釣合を考へる。要素の釣合式は

$$\frac{dN_i}{dx} = N_i' = 0, \quad \frac{dM_i}{dx} = M_i' = Q_i, \quad \frac{dQ_i}{dx} = Q_i' = -g_i - p_i \quad \dots (6)$$

式(5)を z で微分し式(6)を代入する。ここに $g = \sum_i g_i, p = \sum_i p_i$ とかく

$$N' = \sum_i N_i' = 0, \quad M_G' = \sum_i x_i N_i' = 0, \quad M_p' = \sum_i m_i' = \sum_i Q_i = Q, \quad Q' = \sum_i Q_i' = -g - p \quad \dots (7)$$

5. 変位と断面力の関係

E, G を部材のヤング係数及びせん断弾性定数とすると応力度は $\sigma_{xi} = E \varepsilon_{xi}, \tau_{xzi} = G \gamma_{xzi}$ であるから, 式(5)の断面力は

$$\left. \begin{aligned} N &= E W_0' \sum_i A_i = E A_G W_0', & M_G &= -E \varphi' \sum_i A_i x_i^2 = -E I_G \varphi' \\ M_p &= -E(\varphi + \theta_{mo})' \sum_i I_i = -E I_p(\varphi + \theta_{mo})', & Q &= G(U_0' - \varphi - \theta_{mo}) \sum_i A_i = G A_G(U_0' - \varphi - \theta_{mo}) \end{aligned} \right\} \quad \dots (8)$$

ここに A_i, I_i は部材 i の断面積と断面 2 次モーメントである。 $A_G = \sum_i A_i, I_G = \sum_i A_i x_i^2, I_p = \sum_i I_i$ $\dots (9)$

部材 i の断面力 (N_i, m_i, Q_i) は, $N_i = A_i(\frac{x_i}{I_G} + x_i \frac{M_G}{I_G}), m_i = I_i \frac{M_p}{I_p}, Q_i = A_i \frac{Q}{A_G}$ $\dots (10)$

任意断面の断面力を (N_z, M_z, Q_z) とすると $N_z = N, M_z = M_G + M_p, Q_z = Q$ $\dots (11)$

6. 基本方程式

式(8)と式(9)に代入すると次の方程式が得られる。この式は構造体の中心線の変位関数 $(W_0, \varphi, \theta_{mo}, U_0)$ と

$$\left. \begin{aligned} E A_G W_0'' &= 0 & \dots (i), & & -E I_G \varphi'' &= 0 & \dots (ii) \\ -E I_p(\varphi + \theta_{mo})'' - G A_G(U_0' - \varphi - \theta_{mo}) &= 0 & \dots (iii), & & G A_G(U_0'' - \varphi' - \theta_{mo}') - g - p &= 0 & \dots (iv) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

未知数とした連立微分方程式である。式(12)は群航的モデルとした場合の基本釣合方程式と考えられる。

7. 実用的な一般解

(a) 空中構造体の一般解と釣合条件式 ($p = g = 0$)

$$\text{一般解; } W_0 = A_1 z + A_0, \quad \varphi = B_1 z + B_0, \quad \theta_{mo} = C_1 z^2 + C_2 z + C_0, \quad U_0 = D_3 z^3 + D_2 z^2 + D_1 z + D_0 \quad \dots (13)$$

ここに, $A_0, A_1, B_0, B_1, C_0, C_1, C_2, D_0, D_1, D_2, D_3$ は積分定数で, この定数間には次式の釣合条件が必要である。

$$\text{釣合条件式; } 3D_3 - C_2 = 0, \quad 2D_2 - C_1 - B_1 = 0, \quad 2EI_p + GA_G(D_1 - C_0 - B_0) = 0 \quad \dots (14)$$

(b) 土中構造体の一般解と釣合条件式

ここでは $g = \sum_i g_i = \alpha K_H B U_0 \dots (15)$ とかく。 K_H は水平地盤反力係数, B は基準幅, α は係数とする。

$$\text{さらに次の係数と定義してかく, } \beta = \sqrt{\frac{\alpha K_H B}{4EI_p}}, \quad \psi = \frac{\sqrt{\alpha K_H B} \cdot EI_p}{2GA_G}, \quad \alpha = \beta \sqrt{1 + \psi}, \quad \eta = \beta \sqrt{1 - \psi} \quad \dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{一般解; } W_0 &= A_1 z + A_2, \quad \varphi = B_1 z + B_2, \quad U_0 = e^{\alpha z}(C_1 \sin \eta z + C_2 \cos \eta z) + e^{-\alpha z}(C_3 \sin \eta z + C_4 \cos \eta z) \\ \theta_{mo} &= e^{\alpha z}(D_1 \sin \eta z + D_2 \cos \eta z) + e^{-\alpha z}(D_3 \sin \eta z + D_4 \cos \eta z) - \varphi \end{aligned} \right\} \quad \dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{釣合条件式; } \alpha(2\psi - 1)C_1 + \eta(2\psi + 1)C_2 + D_1 &= 0, & -\eta(2\psi + 1)C_1 + \alpha(2\psi - 1)C_2 + D_2 &= 0 \\ -\alpha(2\psi - 1)C_3 + \eta(2\psi + 1)C_4 + D_3 &= 0, & -\eta(2\psi + 1)C_3 - \alpha(2\psi - 1)C_4 + D_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (18)$$

ただし $\psi < 1, \psi \geq 1$ により解の関数形が異なる。図-5 に示す基礎モデルで, $z=0, z=l$ について断面力及び変形の境界条件(上下で 8 式)と上記の釣合条件式により積分定数が定められる。