

徳島大学工学部
岡山県庁

司 清 井 薩 員 正
考 克 和 城 員 正

まづがき 先に報告したF.E.M.によるぜい性材料のき裂進展解析では、1回のき裂進展量とF.E.M.に用いる要素1つ分と仮定したが、き裂進展に伴うエネルギー-解放率: G とエネルギー-吸収率: R の平衡式を用いて、その進展量と定量的に求める手法を用いたので報告する。また、き裂先端の応力・ひずみ分布の特異性を表現するために、き裂先端部の要素に特異要素と設定したので、これについても合わせて報告する。解析モデルとしては、先の報告で用いた長方形板の $\beta=30^\circ$ と 45° である。これは、 $\beta=30^\circ$ の全てのき裂と $\beta=45^\circ$ の約半数のき裂は、初期欠きの先端より発生することが実験より確かめられているので、破壊条件としては、き裂進展の最初の段階から破壊力学的手法を用いる。

エネルギー平衡式 圧縮荷重下では、き裂進展は全て微小時間 Δt 内に Δa だけ進んで再び停止するというプロセスの繰り返しと考えられる。さらに、 Δt 時間におけるき裂進展速度は、変位の増加速度に対してはるかに大きいいため、変位一定あるいは荷重一定の条件のもとでのき裂進展と考えることも可能である。

一般に、急激進展にかかわるエネルギー平衡式は、初期き裂長さ a_0 とすると、次式で表わされる。

$$-\int_{a_0}^a G da + \int_{a_0}^a R da + c \cdot p \cdot \dot{a}^2 \sigma^2 / 2 \cdot E = \text{const.} \quad (1)$$

(C : 定数, ρ : 密度)

ここで、左辺第3項はき裂の運動エネルギーである。 G は既存のき裂先端の応力拡大係数 K_I , K_{II} および、そこから θ 方向に発生した微小ブラントクラック先端の $K_{I\theta}$, $K_{II\theta}$ を用いて

$$G = (1 - \nu^2) \cdot (K_{1\theta}^2 + K_{2\theta}^2) / E \quad (2)$$

$$K_{I\theta} = \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \cos \theta) - 3 K_{II} \sin \theta]$$

$$K_{I\theta} = \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)]$$

と表わされる。また、 R は理想ぜい性体では一定値をとり、その値は平面ひずみ破壊靱性値を K_{IC} とすると

$$R = (1 - \nu^2) \cdot K_{IC}^2 / E \quad (3)$$

で計算される。ここで、 ρ と E はそれぞれポアソン比と弾性係数である。一定荷重下では G は減少関数なので、微小プランチ・クラックを順次増加させて G を計算し、さらに R の値を加えてき裂長さとの関係を示せば図1のようになる。き裂は $G-R>0$ である区間では加速されるが、 $G-R<0$ となる区間では減速され、面積 $ABCE$ と面積 CDE が等しくなる $\alpha=\alpha_2$ で停止すると考えられる。そして、 α_2 が求めるき裂進展量である。しかし、(1)式で示したき裂の運動エネルギーを考慮すると、き裂はさらに少し進展して止まると思われる。そこで、 R 曲線に代わって、その95%の曲線を描き、上記と同様の手法を用いる。このことにより、約20%増加したき裂進展量 α_2' が得られ、き裂の運動エネルギーを考慮したことによる。

き裂先端の特異要素 F. E. M.を用いて、き裂先端における応力の特異性を表現するためには、き裂先端部の要素に特異要素を設定する方法が最も実用的である。この手法を要約すると、アイソパラメトリック要素において、正規化座標系(ξ, η)における変位場の表現には通常の形状関数を用い、一

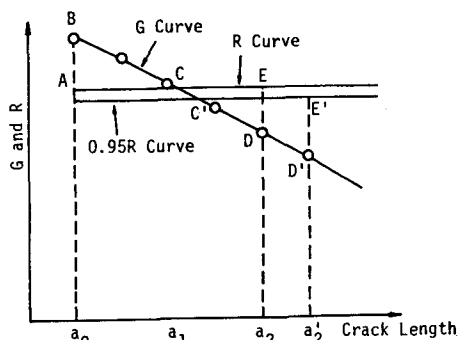


図1 き裂進展に伴うGおよびR曲線

方、正規化座標系から全体座標系 (x, y) への幾何学的な写像式には、応力およびひずみ分布の特異性を表現しうるように修正を加えたものを用いるというものである。ここで、図2に示すように、四辺形要素の節点1と4が同一の座標値を有するように、辺1-4をつぶして点としたものを考える。そして、この点を特異点としてき裂先端と一致させれば、特異点から放射方向の応力・ひずみ分布は号のみに関係することになる。すなわち、正規化座標系での変位場は $u_1 = u_4$ を考慮して

$$u - u_1 = \left[\frac{1-\eta}{2} (u_2 - u_1) + \frac{1+\eta}{2} (u_3 - u_1) \right] \cdot \frac{1+\xi}{2}, \quad u^T = (u, v) \quad (4)$$

と表わせる。また、全体座標系への写像式としては、号に関する項に変形を与えた次のような式を用いる。

$$x - x_1 = \left[\frac{1-\eta}{2} (x_2 - x_1) + \frac{1+\eta}{2} (x_3 - x_1) \right] \cdot \left(\frac{1+\xi}{2} \right)^{\frac{1}{\lambda}}, \quad x^T = (x, y) \quad (5)$$

(4)式と(5)式から得られる変位・ひずみ関係が普通要素に適用すれば、所望の特異性を有する特異要素が得られる。ここで、 λ の値としては $1/2$ と与える。

解析結果 図3に、き裂進展経路とそのときの荷重値を示す。なお、図中の番号はき裂進展段階(ステージ)を示す。これを見ると、 $\beta=30^\circ$ では上下切欠き先端から単位厚さ当り700kg程度の荷重値で進展したき裂は、その後ゆるやかに中心軸方向、あるいはそれと平行に進展しており、実験結果とよく似た傾向を示している。1回の進展量としては5mmから10mm程度のものが多く、切欠き上部からのき裂が中心軸に接近する途中、また、下部からのき裂が中心軸上に達したとき微小き裂が生じ、停滞状態を示している。そして、次にき裂を進展させるために大きな荷重増加を行い、以後不安定破壊へと続くものと思われる。破壊様式としては、21ステージ中モードI形が11回、モードII形が10回で、一般に互裂状態になると思われるにもかかわらず、 K_{II} 値が大きく計算されている。反対に $\beta=45^\circ$ では、同じく21ステージ中モードI形が18回、モードII形が3回で、全体的に K_{II} 値が小さく得られている。また、 G の値も小さいため、1回の進展量が短く、その結果として全体のき裂進展量は短い、中心軸に接近する様子がなめらかに表現されている。そして、この状態のもとで荷重値が徐々に増加しており、全体的に安定破壊状態を示しているものと思われる。しかし、12ステージ以後は K_{II} 値が大きくなり、その進展も大きく屈折して表わされている。このように、本解析ではき裂進展の比較的初期の段階では実験結果と良く再現しているが、き裂が進展するにしたがって、その精度が低下している。これは、F.E.M.に用いる要素分割がき裂進展に伴って変形され、特異要素を用いても十分正確な応力状態が表現できなかったのではないと思われる。

参考文献 (1)き裂進展に伴うA Eに関する一考察第17回材料セミナー「A E」による材料強度の研究配布文献、1979。
(2)山田他「特異有限要素とその構造解析」への応用生産研究、31巻3号、1979。
(3)藤井他「破壊力学によるせい性材料のき裂進展解析」土木学会第4回講演概要Ⅲ-169、1979。

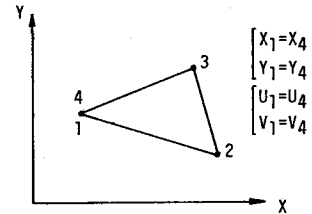


図2 3節点特異要素

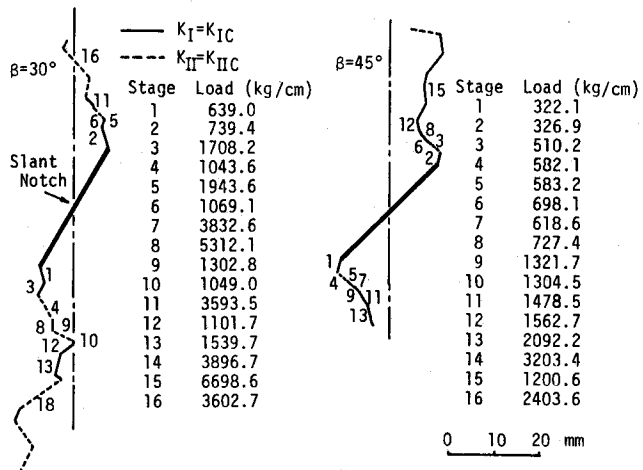


図3 き裂進展状況と荷重値