

1. 緒言

低拘束圧の下でぜい性的な破壊特性を示し、高拘束圧の下で延性的なそれを示す材料は総称して岩質材料と名づけられている。着者は先の報告において岩質材料に関する応力-ひずみ関係をエネルギー的降伏規準に基づく降伏条件式から導き、その妥当性を検討した。しかしながらその構成式は硬化パラメータが直接的には関与しない形で表示されており、硬化パラメータを組み入れた構成式の確立は力学挙動をより明確なものにするために重要であると思われる。またこれに関連して有限要素法などの数値計算においては速度形式の構成式が必要とされている。そこで今回は岩質材料の初期降伏以後の硬化パラメータを考慮した構成式を求めるために、塑性仕事を体積変形とせん断変形に関する部分に分解し、それらを引数とする硬化パラメータの表示式を提案する。次にそれを用いて速度形式の構成式を導き、実験結果との対応関係についても考察する。

2. 硬化パラメータの表示式

着者は先にエネルギー的降伏規準に基づく次のような降伏関数を提案した。

$$f = J_2 + 3\sqrt{J_2} + \alpha I_1^2 + \beta I_1 - k = 0 \quad (1)$$

ここに J_2 : 偏差応力の2次不変量, I_1 : 応力の1次不変量, α, β, γ : 材料定数, k : 硬化パラメータである。三軸圧縮試験における式(1)の初期降伏曲面は Fig. 1 に示されており、破壊曲面も含めて示されている。図中において p は平均主応力, q は偏差応力であり、初期降伏点を示す。印と破壊点を示す。印はそれぞれ実験値である。式(1)において硬化パラメータ k の形は未定であり、これを決定することが問題となる。多くの場合、硬化パラメータは塑性仕事の関数であると仮定される。金属などの無孔物質では塑性変形が静水圧に無関係であり、塑性

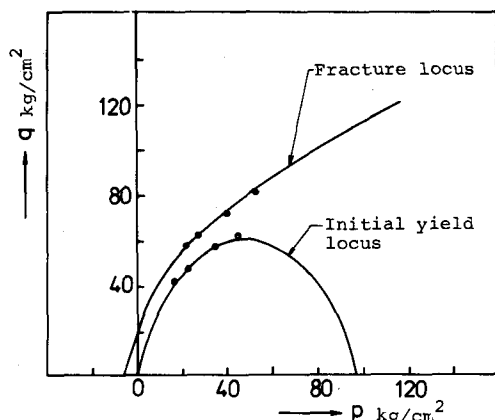


Fig. 1 Initial yield and fracture loci for triaxial compression tests of soft sedimentary rock. (From Akai et al.⁴⁾)

仕事のせん断変形に関する部分のみが硬化パラメータの引数として用いられる。しかし岩質材料などの多孔物質において塑性変形は静水圧の影響を受け、塑性体積ひずみの変化も生じる。それゆえ硬化パラメータの決定には塑性仕事の体積変形に関する項も考慮しなければならぬと考えられる。そこで塑性仕事速度を次のように体積変形とせん断変形に関する部分に分解しておく。

$$T^{ij} \dot{E}_{ij} = \frac{1}{3} T^{kk} \dot{E}_{kk} + T^{ij} \dot{E}_{ij} \quad (2)$$

次に上に述べた考え方をもとに硬化パラメータの最も簡単な例として式(2)の右辺の第1項と第2項を引数とする硬化パラメータ k の表示式

$$k = \beta_1 \frac{1}{3} T^{kk} \dot{E}_{kk} + \beta_2 T^{ij} \dot{E}_{ij} \quad (3)$$

を仮定する。ここに $\dot{E}$ は速度を示し、 β_1, β_2 はそれぞれ材料定数であり実験結果から決定されるものである。

3. 応力-ひずみ関係

弾塑性材料としての岩質材料に関して塑性ひずみ速度ベクトルの降伏曲面への直交性を仮定する。さらに降伏関数 f の引数として応力テンソル T^{ij} と硬化パラメータ k だけを考えたと次のような塑性

ひずみ速度 $\dot{E}_{ij}^p$ と応力 T^{ij} の関係が得られる。³⁾

$$\dot{E}_{ij}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial T^{kl}} \dot{T}^{kl}}{\frac{\partial k}{\partial E_{mn}^p} \frac{\partial f}{\partial T^{mn}}} \frac{\partial f}{\partial T^{ij}} \quad (4)$$

次に三軸圧縮試験について考えよう。拘束圧を $\sigma_1 = \sigma_2$ とし、軸圧を σ_3 とすると偏差応力は $q = \sigma_3 - \sigma_1$ と定義される。また ϵ_1^p を軸方向の塑性ひずみ、 ϵ_2^p をそれに垂直な方向の塑性ひずみとすると軸方向の偏差塑性ひずみは $e^p = \frac{2}{3}(\epsilon_1^p - \epsilon_2^p)$ となる。このとき式(1), (3), (4)を用いると次式を得る。

$$\frac{\dot{e}^p}{\dot{q}} = \left(\frac{2}{3}q + \frac{\gamma}{\sqrt{3}} \right) \left\{ \left(\frac{2}{3} + 2\gamma \right)q + \frac{\gamma}{\sqrt{3}} + 6\gamma\sigma_1 - \gamma \right\} / \left[\left(2\gamma\beta_1 + \frac{2}{3}\beta_2 \right)q^2 + \left\{ 3\beta_1(4\gamma\sigma_1 - \frac{\gamma}{3}) + \frac{\gamma}{\sqrt{3}}\beta_2 \right\}q + 3\beta_1\sigma_1(6\gamma\sigma_1 - \gamma) \right] \quad (5)$$

さて岩盤材料について式(3)あるいは式(5)に含まれる材料定数 β_1, β_2 を具体的に決めるために赤井ら⁴⁾の堆積軟岩の実験結果を用いる。式(5)において材料定数 γ, β_1, β_2 は先の報告²⁾により既知の値であり、ここでは次のような実験値を参考にする。

拘束圧 $\sigma_1 = \sigma_2 = 15 \text{ kg/cm}^2$ のもとで

- (i) 初期降伏時において偏差応力 $q = 57 \text{ kg/cm}^2$, (6)
- (ii) 破壊時において $q = 72 \text{ kg/cm}^2$, $\dot{e}^p/\dot{q} = \infty$, (7)
- (iii) $q = 70 \text{ kg/cm}^2$ のとき $e^p = 0.2 \times 10^{-2}$, (8)

式(5)~(8)を用いると次のような値が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -1.09 \times 10^{-5} \\ \beta_2 &= -1.79 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式(9)を式(5)に代入し、積分すると拘束圧 $\sigma_1 = \sigma_2 = 15 \text{ kg/cm}^2$ のときの応力-ひずみ曲線は次のようになる。

$$e^p = 1.45 \times 10^{-5} \left\{ 265 - q - 75.4 \ln(72 - q) - 0.8 \ln(45.2 + q) \right\} \quad (10)$$

ここで得られた式(10)は式(6)~(8)を満たすものであり、図示すると Fig. 2 における実線のようになる。なお図中の $\circ$ 印は実験値を示している。

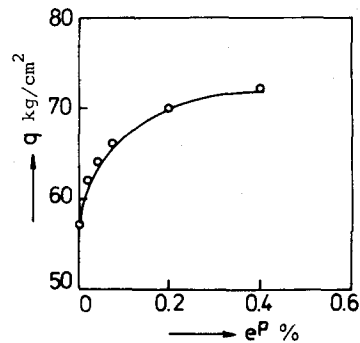


Fig. 2 Stress-strain curve. (From Akai et al.⁴⁾)

拘束圧が 15 kg/cm^2 と異なる場合についても同様に β_1, β_2 が求められるが、材料定数としてはこれら得られた値の平均値を採用することになろう。次に速度形式の応力-ひずみ関係は次のように書ける。

$$\dot{T}^{ij} = D^{ijpq} \dot{E}_{pq} \quad (11)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} D^{ijpq} &= {}^e D^{ijpq} - M^{ijpq} \\ M^{ijpq} &= \frac{{}^e D^{ijkl} \frac{\partial f}{\partial T^{kl}} \frac{\partial f}{\partial T^{mn}} {}^e D^{mnpq}}{\frac{\partial k}{\partial E_{mn}^p} \frac{\partial f}{\partial T^{mn}} + {}^e D^{klmn} \frac{\partial f}{\partial T^{kl}} \frac{\partial f}{\partial T^{mn}}} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

であり、 ${}^e D^{ijpq}$ は弾性係数の4階のテンソルである。ゆえに式(12)に式(1), (3)を代入することによって式(11)の関係式は決定される。

4. 考察およびあとがき

レオロジ的な考え方に基いた硬化パラメータの表示式を求め、これを用いて応力-ひずみ関係を導いた。このようにして得られた応力-ひずみ関係は実験結果をよく表わしていると思われる。今後は破壊挙動及び粘弾塑性を考慮した構成式などを研究してゆきたいと思う。

参考文献

- 1) 小林昭一, "岩盤材料ならびにそれより成る系のせいの破壊規準に関する基礎的研究", 京都大学博士論文, 昭和47年1月。
- 2) 平井, 佐武, "工学的降伏規準に基づく岩盤材料の応力-ひずみ関係", 東北支部技術研究発表会講演概要, 昭和55年3月, pp. 217-218。
- 3) Fung, Y. C., "Foundations of Solid Mechanics", (大橋他訳), 培風館, 1965, pp. 146-149。
- 4) 赤井, 足立, 西, "堆積軟岩の弾-塑性挙動", 工学会論文報告集, 第271号, 1978, pp. 83-95。