

1. まえがき¹⁾ 筆者はセメント系硬化剤を用いた深層混合処理工法の開発に携わっている。深層混合処理工法によって固化された連続した大容量の改良地盤は、種々の影響により変動係数0.3程度のばらつきを持っている。この程度のばらつきは一般の海成沖積粘性土の一軸圧縮強さでも見られるものであるが、改良土は20~60 (kgf/cm²) 程度の一軸圧縮強さを持つため、その材料的な性質(土とコンクリートの間)の中間的材料である)もあいまって、その設計せん断強さを評価するに当りより大きな問題となる。本研究はこの問題を確率過程論に立脚して考察したものである。採用したモデルは並列モデルと最弱リンクモデルの中間にある束モデルである。²⁾³⁾ 筆者は先にこのモデルの改良土への適用について全般的な報告を行っているので、今回の報告ではこのモデルの種々の材料への応用可能性にかんがみ、その数学的展開およびモデルの特徴について述べる。

2. モデルの展開 基本仮定 束モデルとしてはかなり一般性を持つと考えられる以下の3つを仮定する。

- (i) 不均質なマス "V" は個々には均質とみなされるN個の要素 "U" より成り、個々の "U" は独立に "V" に寄与する。(図1(a))
- (ii) 個々の "U" は完全弾性体で降伏と同時に破壊し残留強さはない。(図1(b))
- (iii) "U" のせん断弾性係数Gと破壊歪rは、これら2つを確率変数とする結合確率密度関数 $f_{G,r}(G, r | \theta)$

(1) を定義する。この母数 θ は既知とする。(図1(c)) 以上の仮定に基づくマス "V" の応力~歪曲線を図2に示す。"V" の強さとは曲線の達する最大値 Q_{max} である。

マス強度の確率過程 歪制御の等歪せん断試験を考えその歪速度を $\dot{\gamma}$ 、試験開始からの時間を t とする。

N個の "U" のうち歪が $\dot{\gamma}t$ となった時の残留要素数 $n(t)$ の確率密度関数 (p. d. f.) は、 $f_n(n | t) = N C_n p(t)^n \{10 - p(t)\}^{N-n}$ (2) ただし、 $p(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\dot{\gamma}t}^{+\infty} f_{G,r}(G, r) dG dr$ (3)

Nが十分大きいとき(2)式の2項分布はDeMoivre - Laplace の定理

より正規分布で近似できる。"V" の有効面積 $A(t) = n(t)/N$ を

定義すると、 $A(t)$ の p. d. f. は正規分布に従い、

$$f_n(NA | t) = N (NP(t)) \cdot NP(t) \{10 - P(t)\} \quad (4)$$

次に時刻 t で残存している要素 "U" についてのせん断弾性係数 $G(t)$ の

p. d. f. は
$$f_G(G | t) = \frac{\int_{\dot{\gamma}t}^{+\infty} f_{G,r}(G, r) dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\dot{\gamma}t}^{+\infty} f_{G,r}(G, r) dG dr} \quad (5)$$

ところで時刻 t で残存している "U" の発現しているせん断力は $C(t) = \dot{\gamma}t G(t)$ だから、(5)より $C(t)$ の p. d. f. は

$$f_C(C | t) = f_G(C/\dot{\gamma}t | t) / \dot{\gamma}t \quad (6)$$

最後にマス "V" の時刻 t での発現せん断力 $S(t)$ は $S(t) = A(t) \cdot C(t)$

として求まる。よって p. d. f. は、

$$h(S | t) = \int_0^{1.0} f_C(S/\dot{\gamma}tA | t) f_n(NA | t) / (\dot{\gamma}tA) dA \quad (7)$$

(7)式の時刻 t についての遷移を図3に示した。

破壊確率の算定(非超過確率) マス "V" の荷重 Q に対する破壊確率

は確率過程 $S(t)$ がすべての時刻 t で Q を超過しない確率として計算できる。この問題は確率過程の零交叉問題として知られており厳密解は得られていない。ここでは超過確率の時間密度(時刻 t に隣接した微小時間 Δt の間に $S(t)$ が Q を超過する確率密度) $\lambda_Q(t)$ を求め、これに基づいて近似解を導いた。 Δt が微小である事から超過確率を次の様に

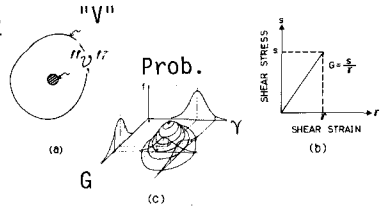


図1 基本仮定解説図

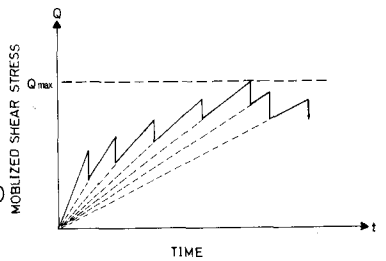


図2 "V" の応力~歪曲線

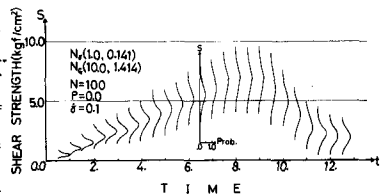


図3 確率過程 $S(t)$ の遷移

定義する。 $\text{Prob.}[S(t) < Q \cap S(t + \Delta t) > Q]$ (8) ところで(8)式の計算には $S(t)$ の p. d. f. のみならず、 $S(t)$ とその勾配の結合 p. d. f. が必要である。ところがこのモデルでは時刻 t で $S(t) = S$ のときその勾配は必ず S/t である。従って $S(t + \Delta t) = S(t) + (S(t)/t)\Delta t$ (9)

(9)式を(8)式に代入して整理すると、 $\text{Prob.}[Q - (S(t)/t)\Delta t < S(t) < Q]$ (10) (7)式を(10)式に代入すると、

$$\text{上式} = \int_Q^0 -\frac{s}{t} \Delta t h(s|t) ds \approx \frac{Q}{t} h(Q|t) \Delta t \quad (11)$$

これが先に述べた超過確率の時間密度であり $\lambda_Q(t)$ で表わす。 $\lambda_Q(t) = Q/t \cdot h(Q|t)$ (12)

次に $\lambda_Q(t)$ を用いて $S(t)$ の Q に対する非超過確率を求める。 T を十分大きい時刻として、 $[0, T]$ を M 個の微小時間間隔 Δt_j に区切る。さらに $S(t)$ がある時刻 t_j でレベル Q より下に存在する事象を $E_L(t_j)$ 、上に存在する事象を $E_U(t_j)$ とする。このとき $S(t)$ は2つの事象 E_L, E_U を有する単純マルコフ連鎖とみなす事ができる。そして時刻 t_j で E_L から E_U に遷移する確率は $\lambda_Q(t_j) \Delta t_j$ で表わす事ができる。(図-4) 従って破壊確率 $P_F(Q)$ は次式によって計算できる。

$$P_F(Q) = \prod_{j=1}^M \{1.0 - \lambda_Q(t_j) \Delta t_j\} \approx 1.0 - \sum_{j=1}^M \lambda_Q(t_j) \Delta t_j \approx 1.0 - \int_0^T \lambda_Q(t) dt \quad (13)$$

Hasofer のモデルとの比較³⁾ Hasofer の束モデルの仮定を本モデルの基本仮定と同じ形式で書くと (i)(ii) については同様であるが (iii) は次の様になると考えられる。「 G は一定。 $\log(A(r)/A_0)$ は、ポアソン過程に従う。ただし、 $r = \log(S(t)/S_0)$ ここに、 A_0 ; "V" の初期面積。 S_0 ; クラックが生じ初める最小応力度。」この仮定は、束モデルをポアソン過程に従う入力を有する貯流問題に帰着して解こうとしたため不自然なものとなっている。Hasofer はこの結果問題を解析的に解き、 Q がパレート分布に従う事を導いている。本報告で導いたモデルはこのモデルに比べかなり一般性をもった仮定に基づいていることが分るであろう。

数値計算 数値積分は $f_{GR}(G, r)$ に2変量正規分布を仮定し、Romberg法によって行い破壊確率 5.0×10^{-3} のオーダーの精度を確保した。またモンテカルロシミュレーションプログラムを作成し近似の程度を確かめた。図5、図6はその例である。

3. 感度分析 このモデルでは"U"の破壊歪とせん断弾性係数の結合 p. d. f. を与えたが、実際の問題では"U"のせん断強さの p. d. f. よりマス"V"のせん断強さを推定する場合が多い。従ってこの関係を一次近似で近似して種々の感度分析を行った。方法の詳細は文献を参照されたい。¹⁾ 図7は寸法効果(すなわち"V"が何個の"U"より構成されているか)の影響を示したものである。また図8は"U"のせん断強さの変動係数が同一のとき G と r の相関係数を種々に変化させ、その影響を見たものである。説明は発表時に譲る。

4. むすび 本研究は連続した大容積の不均質な改良地盤のマスとしてのせん断強さを確率過程論に立脚して考察したものである。その結果従来のモデルよりかなり一般性をもった仮定に基づいた束モデルの近似解を得る事ができた。このモデルは、性質の類似した他の不均質材料へ応用が可能であると考えられる。

- (参考文献) (1)本城、奥村、新名(1980):セメント系硬化剤による深層混合処理工法に関する研究(その13)(その14)、第15回土質工学研究発表会。
 (2) Daniels, H.E.(1945): proc. of Royal Society, Vol. 183, 6995
 (3) Hasofer, A. M. (1968): Int. J. Fracture Mechanics, Vol. 4, 64

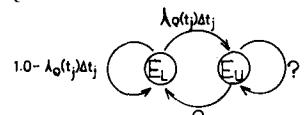


図4 単純マルコフ連鎖

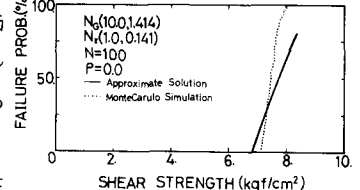


図5 近似解の精度(1)

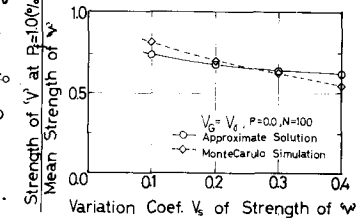


図6 近似解の精度(2)

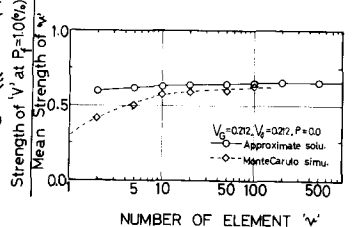


図7 寸法効果

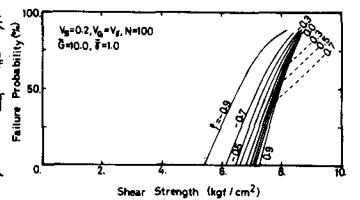


図8 相関係数の影響