III-102　　凍上変位計算法（円筒型凍土）

㈱ 精 研 東京支店　正員 ○戸部　暢

同　上　　秋元　攻

1.　まえがき

地盤凍結工法を施工する場合に，地中に造成された凍土の凍結膨張現象によって，地表面に現われる凍上変位量を予測するために，筆者らは，且つて，造成した凍土の形状によって，その二次元の場合[(1)]と，三次元の場合[(2)]について「凍上変位計算法」を発表したが，本文で紹介するものは，凍土の形状が，リング状，若しくは，円筒状の場合についての計算法である。

2.　計算における仮定条件

論文[(1)(2)]におけると同様に，下記の仮定条件を設定する。

(1) 地盤は，等方均質で，微細な部分より構成され，地中の微小部分が凍結膨張した場合の地表面の隆起の形状は，地表面に対して垂直な，その軸線に関して対称形であり，その軸線を含む断面の隆起曲線（以下凍上曲線と呼ぶ）は，Gauss の誤差曲線で表示することができる。

(2) 地中に生じた凍結膨張量は，周囲地盤の性状や，圧密現象の影響をうけず，全量が地表面に伝達される。従って，地表面の隆起容積は，凍土の凍結膨張量に等しい。

(3) 任意形状の地中の凍土塊の凍結膨張による地表面の凍上変位は，凍土の微小部分による凍上変位を，凍土塊の内部全域に亘って集計したもので表わすことができる。

3.　リング状凍土の凍上変位

図－1に示す様に，地表面下hにあって，その軸線が地表面に対して垂直な微小断面を持つリング状凍土を考える。リングの半径をrとし，凍上変位計算点Pと，リング中心Oとの距離をRとすると，図より

$$l^2=\overline{bc}^2+\overline{pc}^2=r^2\sin^2\theta+(R-r\cos\theta)^2=r^2+R^2-2rR\cos\theta$$

微小凍土の容積$d\nabla$は，$d\nabla=r\cdot d\theta\cdot dr\cdot dh$

であるが，この微小凍土によるP点の凍上変位量　$f\cdot d\nabla$　は，下式で表わすことができる。ここに，fは凍上函数である。

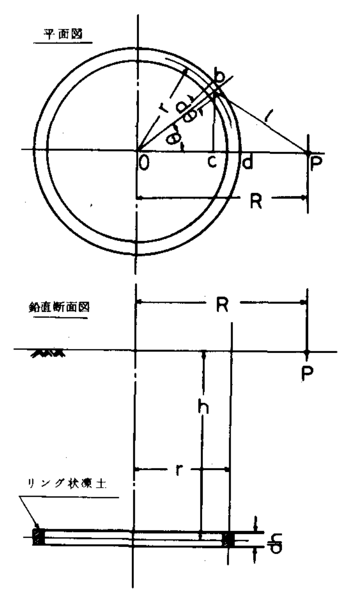
$$f\cdot d\nabla=A\cdot e^{B\cos\theta}\cdot d\theta \qquad \cdots\cdots\cdots(3-1)$$

式中で，

$$A=c\cdot e^{-\frac{r^2}{(ah)^2}}\cdot e^{-\frac{R^2}{(ah)^2}}\cdot r\cdot dr\cdot dh$$

$$B=\frac{2rR}{(ah)^2}$$

a，c：定数



図－1

従って，微小断面のリング状凍土による地表面の半径Rの点Pの凍上変位量を，$R_a(h,R)$　で表わすと，

$$R_a(h,R)=\int_0^{2\pi}A\cdot e^{B\cos\theta}\cdot d\theta=2A\int_0^{\pi}e^{B\cos\theta}\cdot d\theta$$

となるが，周知の積分公式　$J_0(\sqrt{z^2-y^2})=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}e^{y\cos\theta}\cdot\cos(z\sin\theta)\cdot d\theta$

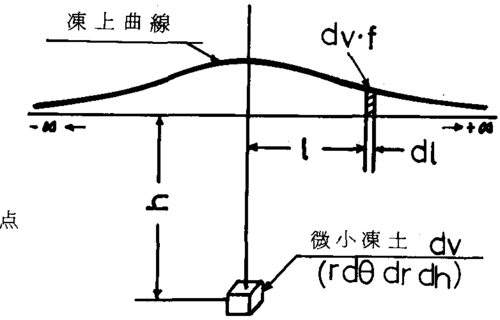
で，$z=0$　とおき，$J_0(iy)=I_0(y)$　を考慮して，変形すると，

$$R_a(h,R)=D\cdot e^{-y}\cdot I_0\left(\frac{2R}{ah}\sqrt{y}\right)\cdot dy \qquad \cdots\cdots\cdots (3-2)$$

ここに，

$$D=c\pi(ah)^2\cdot e^{-\left(\frac{R}{ah}\right)^2}\cdot dh\ , \qquad y=\left(\frac{r}{ah}\right)^2$$

である。



図－2

4. 薄い円盤状凍土の凍上変位

地表面下 h にある薄い円盤状凍土による地表面の半径 R の点 P の凍上変位量を，$R_b(h,R)$ で表わすと，

$$R_b(h,R)=\int_0^r R_a(h,R)=D\int_0^{\left(\frac{r}{ah}\right)^2} e^{-y} I_0\left(\frac{2R}{ah}\sqrt{y}\right) dy \qquad \cdots\cdots\cdots (4-1)$$

定数 c の決定； 微小凍土による地表面の凍上変位を表わす函数（凍上函数）f は，$f=c\,e^{-\left(\frac{l}{ah}\right)^2}$ である。又，地表面の盛り上りの全量 V' は，η を凍土の体積膨張率とすると，$V'=\eta dV$ で表わされる。一方この数値は，又，$f dV$ を地表面の全域に亘って積分したものに等しい故，下式が成立する。

$$V'=dV\int_0^\infty 2\pi l f\,dl=c\pi\,dV(ah)^2\int_0^\infty e^{-\left(\frac{l}{ah}\right)^2} d\left(\frac{l}{ah}\right)^2=c\pi(ah)^2 dV=\eta\cdot dV$$

これより，

$$c=\eta/\pi(ah)^2 \qquad \cdots\cdots\cdots (4-2)$$

と決定することができる。

従って，（４－１）式は，

$$R_b(h,R)=\eta\cdot dh\, e^{-\left(\frac{R}{ah}\right)^2}\int_0^{\left(\frac{r}{ah}\right)^2} e^{-y} I_0\left(\frac{2R}{ah}\sqrt{y}\right) dy \qquad \cdots\cdots\cdots (4-3)$$

5. 薄い平板形断面のリング状凍土の凍上変位

その軸が，地表面に対して垂直な，深さ h にある薄い平板形断面を持つ，リング状凍土による，地表面の半径 R の点 P の凍上変位量を，$R_c(h,R)$ で表わすと，$R_c(h,R)$ は，（４－３）式の積分の上限及び下限の値を，それぞれ $(r_2/ah)^2$，$(r_1/ah)^2$ とおくことよって，求めることができる。

すなわち

$$R_c(h,R)=\eta\cdot dh\, e^{-\left(\frac{R}{ah}\right)^2}\int_{\left(\frac{r_1}{ah}\right)^2}^{\left(\frac{r_2}{ah}\right)^2} e^{-y} I_0\left(\frac{2R}{ah}\sqrt{y}\right) dy \qquad \cdots\cdots\cdots (5-1)$$

6. 円筒形凍土の凍上変位

凍土の厚みが，h_2-h_1 である様な，円筒形凍土の場合の地表面位置 P 点の凍上変位量 $R_d(h_2-h_1,R)$ は，（５－１）式の $R_c(h,R)$ を，$h_1\rightarrow h_2$ の区間で積分することによって求めることができる。

$$R_d(h_2-h_1,R)=\eta\cdot\left[\int_{h_1}^{h_2} e^{-\left(\frac{R}{ah}\right)^2} dh\int_{\left(\frac{r_1}{ah}\right)^2}^{\left(\frac{r_2}{ah}\right)^2} e^{-y} I_0\left(\frac{2R}{ah}\sqrt{y}\right) dy\right] \qquad \cdots\cdots\cdots (6-1)$$

7. あとがき

（５－１），（６－１）式を，実際に計算するには，数値積分によるが，凍土の厚みのある場合の（６−１）式では，適当な厚みに分割して，（５－１）式により計算して後，全凍土厚みで集計すればよい。

定数 a は，前掲論文[(1)(2)]における と同様に，下記の関係式が成立する。

$$a\fallingdotseq\tan(45^\circ+\phi/2) \qquad \cdots\cdots\cdots (7-1)$$

ここに，

ϕ ；未凍結地盤の内部摩擦角（度）

（参考論文）

(1) 高志，戸部 「凍上変位計算法」 昭和４５年度第２５回土木学会年次学術講演会Ⅲ－１１４

(2) 戸部，秋元 「凍上変位計算法（三次元）」 昭和５４年度第３４回土木学会年次学術講演会Ⅲ－１２３