III-45　　硬質過圧密粘土の弾塑性的挙動 ― ひずみ軟化特性について ―

京都大学防災研究所　(正) 清水 正喜

要旨：大阪洪積粘土を対象として、ひずみ軟化挙動を示す材料の弾塑性的性質について実験的に検討した。用いた試料では、降伏曲面は等方的に拡大・縮小することを示し、硬・軟化パラメータとして塑性仕事を選び、実験に基づく硬・軟化法則の定式化と、それを用いた応力－ひずみ関係の解析を試た。

1. 実験的考察　(1) 試料・実験方法　試料は大阪府富田林市において採取した乱さない洪積粘土で大阪層群に属する（層準は不明）。実験は、等方圧密・非排水、軸ひずみ速度一定（1.7×10^{-2} または 4.8×10^{-2} %/min）の三軸圧縮試験である。間隙水圧は供試体底面中央部で測定し、圧密中の排水は半径方向に行い、供試体上端からビュレットへ接続させた。(2) 結果　図1に代表的な、せん断応力（$q=\sigma_a-\sigma_r$）と軸ひずみ（ε_a）との関係を示す。せん断初期においては $q\sim\varepsilon_a$ 関係は直線的であり q の増加と共に直線からはずれ（図1の□点），ピーク応力到達後、応力は急激に低下している。ε_a が約2%で応力の低下は止まり残留状態に到る。また、ピーク前と後とで除荷・再載荷させた実験によれば、ピークの前か後かに拘らず再載荷時の $q\sim\varepsilon_a$ 関係は、初期の $q\sim\varepsilon_a$ 関係と同じ勾配をもつ直線で表わされている。再載荷過程では除荷開始応力に戻ると、恰も除荷の履歴が無かったように除荷直前の関係線上に再び乗っている。図2に有効応力経路を示す。有効応力経路は、かなりの急勾配で立ちあがっていき、先の $q\sim\varepsilon_a$ 関係と同様、経路変曲点（図2の△点）が存在していて、その点までの q と p との関係は $dp\fallingdotseq0$ で近似できる。(3) 弾塑性的性質　図1の□，図2の△の点をそれぞれせん断ひずみに着目した，体積ひずみに着目した初期降伏点と考える。図2から明らかなように、間隙水圧（体積ひずみ）特性よりおめた点とせん断ひずみ特性から求めた点は一致していない。この傾向は σ_c' が大きいほど大であるようだ。さて、これら2種類の初期降伏点と応力比最大の点（破壊点）の応力状態を $q/p\sim\log p$ 関係で整理すると図3が得られる。各状態は、圧密応力の相違に拘らず1本の直線：

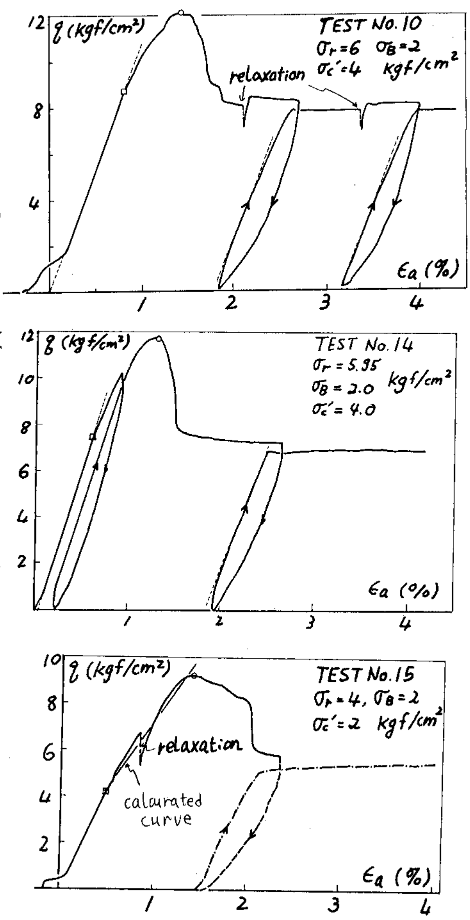

図1. せん断応力q〜ひずみεa関係

$q/p + M\ln p - K = 0$ …① で表わされることがわかり、しかも3種の状態を区別するのはKだけであり、Mは定数になっている。以上のことから、本試料は①式で表現される降伏曲面をもつ等方硬化材料であるといえ、以下の議論においては、軟化域についても等方軟化を仮定する。

2. ひずみ軟化挙動の塑性論的考察　(1) Normality（直交性）　ひずみ軟化を示す材料は、Druckerの安定性（Stability）の仮説に反する不安定材料（Unstable）といわれる。Palmerらは、不安定材料に対しても、ある条件下でNormalityとConvexityが成立することを導いた。(2) 軟化材料の応力－ひずみ関係について　等方硬・軟化材料の応力・ひずみの増分関係は $d\varepsilon_{ij}^p=\alpha\cdot h\cdot(\partial f/\partial\sigma_{ij})\cdot df$ ―②，ここに $F=f(\sigma_{ij})-K=0$，Kは硬・軟化関数（等方硬化・軟化材料に対しては唯1つのパラメータ，例えば W^p（塑性仕事）の関数），$h=1/\{$

$(\partial\kappa/\partial\varpi^P)(\partial f/\partial\sigma_{kl}\cdot\sigma_{kl})\}$，$F$は降伏関数）Prevost et Höeg は，ひずみ軟化材料を$\kappa<0$で$F=0$，$df<0$ と定義した。(そのとき$\alpha=1$)。②式を，①式を用いて軸対称三軸応力状態に適用すれば，

$d\epsilon^P=\frac{2}{3}(d\epsilon_a-d\epsilon_r)^P=\{dq+(M-q/p)\times dp\}/\{p^2M(\partial\kappa/\partial\varpi^P)\}$ —③

$dv^P=d\epsilon^P/(M-q/p)$ となる。

(3) 硬軟化法則　硬化・軟化の具体的な法則を，実験試料から導く。④式は，$(d\kappa/d\varpi^P)$をϖ^Pの関数形として表現できれば，ひずみ増分を計算できることを表わしている。④式を変形して

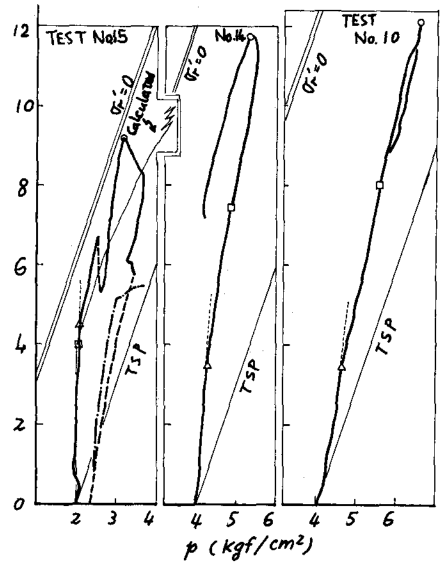

図2 有効応力経路と初期降伏点

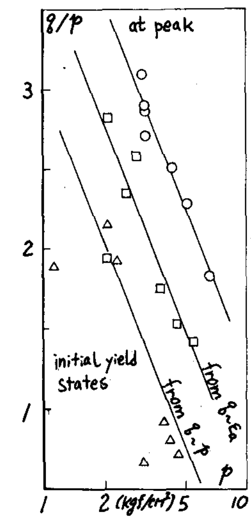

図3 降伏曲線

$(d\kappa/d\varpi^P)=\{dq+(M-q/p)dp\}/(p^2\cdot M^2\cdot d\epsilon^P)$，従って実験結果より$d\kappa/d\varpi^P$を計算できる。図4は，Test No.15 に上述の方法を適用して求めた$d\kappa/d\varpi^P\sim\varpi^P$関係である。($G=301$ kgf/cm²，$-de/d\ln p=0.0083$ として弾性ひずみを評価した。) 同図よりわかるように，初期降伏点において$d\kappa/d\varpi^P$は有限の正値をとるが，硬化が進行してピーク応力比に達したとき$d\kappa/d\varpi^P<0$に転じ，以後，軟化の進行中$d\kappa/d\varpi^P<0$，さらに変形が進むと$d\kappa/d\varpi^P=0$，すなわち降伏曲面の縮小は，ϖ^Pが増大しても進行しない残留応力状態に到る。また，図4の結果で興味深い点は，$d\kappa/d\varpi^P$は，軟化の過程においてϖ^Pの連続関数でなく，応力低下の最も急な部分で不連続的に変化していることである。このような不連続性は，Palmer らが，軟化材料の Normality を帰結する際に除外した性質である。

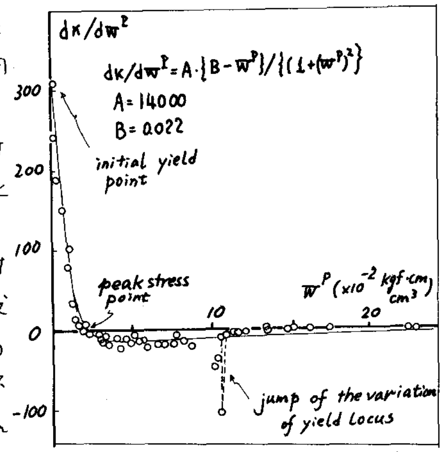

図4 $d\kappa/d\varpi^P\sim\varpi^P$ 関係 (Test No.15)

3. あとがき　図4に$d\kappa/d\varpi^P\sim\varpi^P$関係の関数表現として，$d\kappa/d\varpi^P=A\cdot(B-\varpi^P)/\{1+(\varpi^P)^2\}$ —④ を与えている。係数A，Bは，$AB=(d\kappa/d\varpi^P)|_{\varpi^P=0}$，$B=\varpi^P|_{d\kappa/d\varpi^P=0}$の条件から容易に決定できる。さて，④式の関係を用いて，Test No.15 の応力－ひずみ関係，有効応力経路を計算した結果を，それぞれ図1，図2に細実線で示した。軟化の過程に入ると Prager の与えた適合の条件（降伏がひきつづく条件）を満足しなくなり，解が収束せず，軟化の表現は成功していない。今後，弾性定数や，$d\kappa/d\varpi^P\sim\varpi^P$関係に含まれた定数の影響について調べる。

=謝辞= 平素御指導を賜っている京都大学防災研究所柴田徹教授，同足立紀尚助教授に心より謝意を表します。実験結果の解析には，京都大学防災研究所資料センター設置の電子計算機 FACOM-230-60 を利用した。また，本研究は，昭和54年度文部省科学研究費により一部補助を受けたことを記し，謝意を表する。

=参考文献=

J.-H. Prévost et K. Höeg (1975) Soil Mechanics and plasticity analysis of strain softening, Geotech. 25.2.pp.279-97

A. C. Palmer, G. Maier et D.C. Drucker (1967) Normality Relation and Convexity of ---, J. Appl. Mech., Trans, ASME, pp 464 - 470