

弾性時の砂の応力・ひずみ関係

電電公社（元・名工大学部生） 正員・日野英則
名古屋工業大学 正員 中井照夫

種々の応力経路下の土の応力・ひずみ関係式を規定する上で、弾性時の土の変形特性を適格に評価しておく必要がある。筆者らは砂について、圧密・せん断を区別せず、応力経路にかかわらない統一的な弾性時の応力・ひずみ関係の式示とその検証を行なったので報告する。

1. 砂の弾性変形

Fig.1は三軸圧縮条件下の平均主応力($\sigma_m=196\text{ kN/m}^2$)一定試験の載荷、除荷、再載荷時の実測値を主応力比 R_e -主ひずみ(ϵ_1, ϵ_3)関係で示したものである。同図の主応力比($R_e=R$)が、1から2、2から3、3から4まで変化する3つの除荷・再載荷曲線(○印:除荷、●印:再載荷)を見ると、このような小さな主応力比増分幅($\Delta R_e = \Delta R = 1$)では、ループをほとんど描くことなくひずみは元に戻っている。一方、Rが1から4まで変化する除荷・再載荷曲線(□印:除荷、■印:再載荷)のように大きな主応力比増分幅($\Delta R = 3$)では、大きなループを描き同じ応力状態での除荷時と再載荷時の勾配が異なる。これは、大きな主応力比増分幅の除荷・再載荷では塑性ひずみが生じていることを意味している。つまり土のせん断時の変形挙動は、弾塑性論でいう移動硬化則に従うようである。従ってせん断時のひずみの純弾性成分は、弾性限界と考えられる $\Delta R=1$ での3つの除荷・再載荷曲線を連続的に結びつけて取り出すことができる。

次に、Fig.2は等方圧縮試験の載荷、除荷、再載荷時の実測値を体積ひずみ ϵ_3 -平均主応力の関係で示したものである。同図には平均主応力の除荷幅($\Delta \sigma_m$)を小さくした時の実測値(○印)(49kN~196kN, 196kN~392kN, 392kN~588kN, 588kN~784kN)と除荷幅($\Delta \sigma_m$)を大きくした時の実測値(□印)(49kN~784kN)を示しているが、せん断の場合と異なり、除荷時のひずみは除荷幅の影響をほとんど受けないようである。つまり土の圧密時の変形挙動は、弾塑性論でいう等方硬化則に従うようである。従って圧密時では、Fig.2の破線に示した小さな除荷幅の除荷・再載荷曲線を連続的に結びつけた曲線、あるいは同じ応力状態に対してそれとほぼ同一の勾配を持つ除荷曲線(□印)としてひずみの純弾性成分を求めることができる。以上の理由により、筆者らは砂の弾性変形を次のような条件を満すものと定義した。

- i) 除荷、再載荷によってひずみが元に戻る変形
- ii) 除荷・再載荷時の応力・ひずみ曲線をほとんどループを描かない変形

2. 応力・ひずみ関係式の誘導

砂の弾性変形は、団粒もしくは土粒子自身の弾性に起因するものと考える。そこで、ヘルツの弾性2球の接触理論を3次元に拡張し、等方弾性式におけるポアソン比の概念を組み

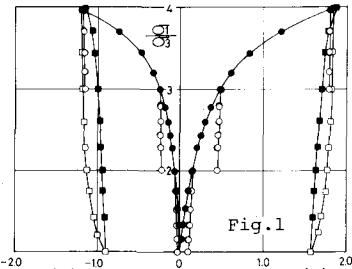


Fig.1

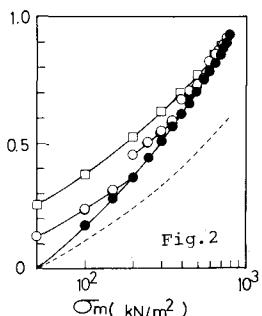


Fig.2

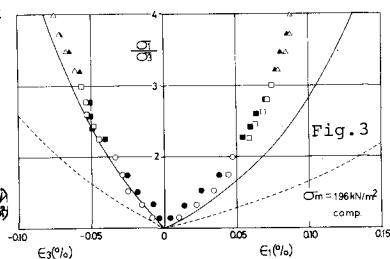


Fig.3

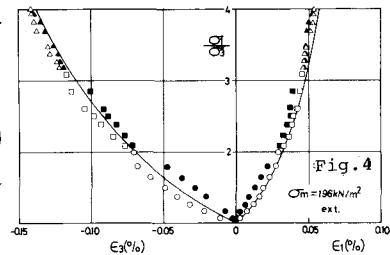


Fig.4

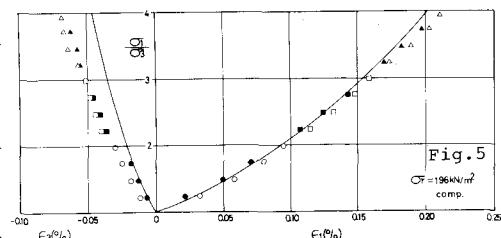


Fig.5

合わせて、弾性時の応力・ひずみ関係式を表現した。一般化したヘルツの式は次式で表わされる。²⁾

$$\epsilon_i = C_i (\sigma_i / P_a)^m \quad (P_a \text{は大気圧を表わし}, P_a = 98 \text{kN/m}^2 = 1 \text{kg/cm}^2, i=1, 2, 3) \quad (1)$$

$C_1 = C_2 = C_3 = S$ として(1)式の増分形をとると、次式となる。

$$d\epsilon_i = mS(\sigma_i / P_a)^{m-1} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2)$$

(2)式と弾性式におけるボアンソ比の概念を組み合わせると、主ひずみ増分・主応力増分関係式は次式で与えられる。

$$\begin{cases} d\epsilon_1^e \\ d\epsilon_2^e \\ d\epsilon_3^e \end{cases} = \begin{bmatrix} mS(\sigma_1 / P_a)^{m-1} & -\nu mS(\sigma_2 / P_a)^{m-1} & -\nu mS(\sigma_3 / P_a)^{m-1} \\ -\nu mS(\sigma_1 / P_a)^{m-1} & mS(\sigma_2 / P_a)^{m-1} & -\nu mS(\sigma_3 / P_a)^{m-1} \\ -\nu mS(\sigma_1 / P_a)^{m-1} & -\nu mS(\sigma_2 / P_a)^{m-1} & mS(\sigma_3 / P_a)^{m-1} \end{bmatrix} \begin{cases} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{cases} \quad (3)$$

また、体積ひずみ増分 $d\epsilon_v^e$ は次式で与えられる。

$$d\epsilon_v^e = mS(1-2\nu) \{ (\sigma_1 / P_a)^{m-1} d\sigma_1 + (\sigma_2 / P_a)^{m-1} d\sigma_2 + (\sigma_3 / P_a)^{m-1} d\sigma_3 \} \quad (4)$$

(3)、(4)式におけるパラメータ m 、 S 、 ν のうち m 、 S は等方圧縮試験の除荷曲線より、 ν はせん断試験あるいは異方圧密試験の除荷曲線 (ϵ_1 - ϵ_3 関係) より決定することができる。ここで提案した(3)、(4)式では、各主ひずみ増分方向の各々の剛性を、応力状態によって異なる $1/mS(\sigma_i / P_a)^{m-1}$ ($i=1, 2, 3$) で評価している。

3. 提案式の実験データによる検証

検証に用いた豊浦砂 ($\epsilon_0 \approx 0.68$) の土質パラメータは、 $m=0.22$ 、 $S=0.47\%$ 、 $\nu=0.23$ である。Fig.3~6は平均主応力一定、側圧一定条件下での三軸圧縮、三軸伸張試験についての弾性ひずみ成分を主応力比 σ/σ_a -主ひずみ (ϵ_1, ϵ_3) 関係で示したものである。Fig.7

は平均主応力一定、側圧一定、軸圧一定条件下での三軸圧縮試験についての弾性ひずみ成分を主応力比 σ/σ_a -体積ひずみ ϵ_v 関係で示したものである。

Fig.3~7のプロットは白印が除荷を、黒印が再載荷を表わし、図中の曲線は提案式による計算曲線である。提案式による理論値と実測値は良い対応を示している。Fig.3には参考までに膨潤指數 C_s より体積弾性係数 K を求め通常の弾性式で表わした計算値を破線で示しているが、実測値とは対応していない。また、この計算式では平均主応力一定条件下では $d\epsilon_v^e = 0$ となり Fig.7 に示す同条件下での体積膨張の傾向を説明できない。Fig.8, 9 は異方圧密試験の除荷時の実測値を ϵ_1 - ϵ_3 関係及び ϵ_v - $\log \sigma_m$ 関係で示したものである。ここでも実線と破線は、提案式による理論曲線を示す。これらによれば、異方圧密での除荷時のひずみも等方圧密の場合同様、除荷幅に関係なくすべて弾性ひずみであると言える。また弾性ひずみは応力履歴の影響をほとんど受けないという実験結果を得ている。

謝辞 日頃御指導いただいている名古屋工業大学松岡元助教授に感謝致します。

参考文献 1) 最上武雄編著、「土質力学」、技報堂 PP.940~945 2) P.W.Rose, Roscoe Memorial Sym. PP.170~186, 1971

