

異方的な構造をもつ土の平面ひずみ下の変形特性

中電技術コンサルタント(株) 正員〇石崎 仁
名古屋工業大学 正員 松岡 元

近年、土のダイレタンシー特性を表現できる構成式を用いたFEM解析が行なわれてきているが、そのほとんどが等方的な構造をもつ土として解析されている。しかし、実際の地盤は異方的な構造をもつ場合の方が多く、強度異方性等の問題を考えれば、構造異方性を考慮できる応力・ひずみ関係式による解析が望ましい。ここでは空間滑動面(Spatial Mobilized Plane, 略称SMP)の概念に異方性パラメータ α_1, α_2 を導入することによって構造異方性を考慮した応力・ひずみ関係式を提案し、平面ひずみ条件下で解いた計算結果を概に報告されている実験結果と比較検討した。

1. 構造異方性を考慮した応力・ひずみ関係式

同じ応力経路でも、異方性土と等方性土では応力・ひずみ関係は異なることが報告されている。²⁾しかし、異方性土に主応力($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$)が作用した時の応力・ひずみ関係と等方性土に主応力($\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z$)が作用した時の応力・ひずみ関係が一致する可能性を考えられる。すなわち、異方性土が主応力($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$)を受けた時の応力・ひずみ関係は、等方性土が主応力($\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z$)を受けた時の応力・ひずみ関係と同じであると仮定し、図-1に示すように異方性土を仮想主応力空間に置くと等方性土として取扱えると考える。実主応力空間($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$)と仮想主応力空間($\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z$)は、簡単のため次式の関係で結ばれると仮定する。

$$\{\bar{\sigma}_i\} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \{\sigma_i\} \quad (1)$$

ここに $i=X, Y, Z$

また、構造異方性の主軸と応力の主軸が一致しない場合(図-2参照)の α_1, α_2 は、図-3, 4に示すように α_{10}, α_{20} および δ の関数で与えられる。ここで、 α_{10}, α_{20} は $\delta=0^\circ$ 時の α_1, α_2 である。

次にSMPに基づく応力・ひずみ関係式を $\{\bar{\sigma}_i\}$ で表わせば、構造異方性を考慮すると考え、以下にSMPに関する諸量を変換する。ただし、変換されたものには上付一を付ける。まず、SMP法線の方向余弦 a_i , T_{SMP} の方向余弦 b_i , SMP上の応力比 $G_{SMP}/\sigma_{SMP} \equiv X$ は以下のようになる。³⁾

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_i &= \sqrt{\frac{A_3}{\alpha_j \sigma_i A_2}}, \quad \bar{b}_i = \frac{\alpha_j \sigma_i A_2 - 3A_3}{\sqrt{\alpha_j \sigma_i A_2 (A_1 A_2 - 9A_3)}} \\ \bar{X} &= \sqrt{\frac{A_1 A_2}{9A_3}} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし $i=X, Y, Z$

ここで $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_i = \sigma_X \text{ のとき } \\ = \sigma_Y \\ = \sigma_Z \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_j = \alpha_1 \\ = \alpha_2 \\ = 1 \end{array} \right.$ $\left\{ \begin{array}{l} A_1 = \alpha_1 \sigma_X + \alpha_2 \sigma_Y + \sigma_Z \\ A_2 = (\alpha_1 \sigma_X)(\alpha_2 \sigma_Y) + (\alpha_2 \sigma_Y)\sigma_Z + \sigma_Z(\alpha_1 \sigma_X) \\ A_3 = (\alpha_1 \sigma_X)(\alpha_2 \sigma_Y)\sigma_Z \end{array} \right.$

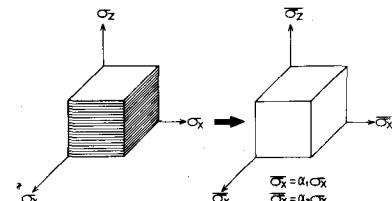
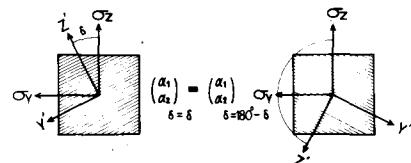
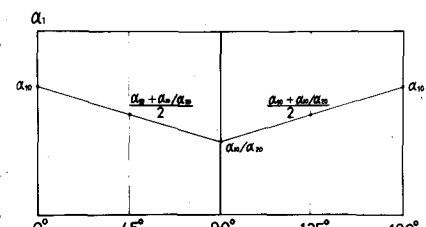
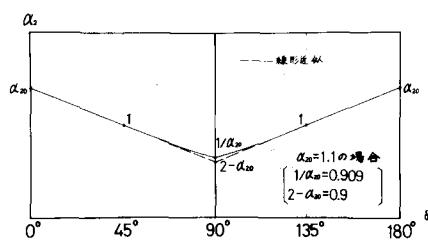


図-1 実主応力空間と仮想主応力空間

図-2 構造異方性の主軸 Z' と応力の主軸 Z のなす角 δ 図-3 δ と α_1 の関係図-4 δ と α_2 の関係

次にSMP上のひずみ増分成分 $d\varepsilon_{\text{SMP}}^*$, $d\gamma_{\text{SMP}}^*$ は以下のようになる。²⁾

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{\text{SMP}}^* &= \bar{\alpha}_x d\varepsilon_x + \bar{\alpha}_y d\varepsilon_y + \bar{\alpha}_z d\varepsilon_z \\ d\gamma_{\text{SMP}}^* &= \sqrt{(\bar{\alpha}_y d\varepsilon_x - \bar{\alpha}_x d\varepsilon_y)^2 + (\bar{\alpha}_z d\varepsilon_y - \bar{\alpha}_y d\varepsilon_z)^2 + (\bar{\alpha}_x d\varepsilon_z - \bar{\alpha}_z d\varepsilon_x)^2} \end{aligned} \quad \left. \right\} -(3)$$

SMP上の応力比とひずみ増分およびひずみの間に等方性土と同じ関係が成立し、主応力と主ひずみ増分の方向が一致すると仮定すると、応力比・主ひずみ増分関係式は次式となる。

$$d\varepsilon_i = \frac{\bar{\gamma}_0^*}{\mu^* - \bar{\mu}^*} \left(\frac{\mu^* - \bar{\mu}^*}{\lambda^*} \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_i \right) \exp \left(\frac{\bar{\mu}^* - \mu^*}{\mu^* - \bar{\mu}^*} d\bar{\lambda} \right) \quad (4)$$

ここで、 $\bar{\gamma}_0^*$, μ^* , $\bar{\mu}^*$ は土の種類が決まれば一定値をとるパラメータである。 $\bar{\mu}^*$ は粒子構造や拘束応力の影響を表すパラメータであるが、応力経路に依存するようだ。正八面体面(O_0 面)上の放射応力経路 θ (θ は O_2 軸となす角)では次式で表わされると仮定する。

$$\bar{\gamma}_0^* = \bar{\gamma}_0^* \theta=0^\circ + \frac{\theta}{180^\circ} (\bar{\gamma}_0^* \theta=180^\circ - \bar{\gamma}_0^* \theta=0^\circ) \quad (5)$$

2. 平面ひずみ下の応力経路

図-5 に示すような $\delta = 0^\circ, 90^\circ, \delta' = 90^\circ$ (δ' は図-2 で Z 軸が O_2 ~ O_X 面で回転した時の角度) の異方性土および等方性土の平面ひずみ($\varepsilon_x = 0$) 下の応力経路を図-6 に示す。パラメータは $\bar{\gamma}_0^* = 0.9$, $\mu^* = 0.27$, $\bar{\mu}^* = 0.41$ とした。図-6において、 $\delta = 0^\circ, 90^\circ, \delta' = 90^\circ$ の順で応力経路の勾配が小さくなっているが、これは同じ O_1/O_3 下では $\delta = 0^\circ, 90^\circ, \delta' = 90^\circ$ の順で中間主応力 $O_2 (= O_3)$ が大きくなることを表している。このことは、最大主応力が O_2 の場合 $\delta = 0^\circ$ は X 方向に膨張しにくいため、 X 方向の変位を 0 にするには小さな応力 $O_2 (= O_X)$ ですむが、 $\delta' = 90^\circ$ は X 方向に膨張しやすいため $O_2 (= O_X)$ は大きくなると考えると理解できる。

3. 平面ひずみ下の応力・ひずみ関係

図-6 の $\delta = 0^\circ, \delta' = 90^\circ$ の応力経路を Oct 面上で表わすと、大体 $\theta = 20^\circ, 140^\circ$ になる。 $\bar{\gamma}_0^* \theta=0^\circ = 0.06\%$, $\bar{\gamma}_0^* \theta=180^\circ = 0.10\%$ ²⁾ として $\bar{\gamma}_0^* \theta=0$ を式より求め、主応力比・主ひずみ関係を計算し図-7 に示す。また、 $O_1/O_3 \sim \varepsilon_1$, $O_2/O_3 \sim \varepsilon_1$ 関係を図-8 に示す。Green S は、 $\delta = 0^\circ, \delta' = 90^\circ$ の $O_1/O_3 \sim \varepsilon_1$ と $O_2/O_3 \sim \varepsilon_1$ 曲線の上下関係が逆転することを報告しているが、図-8 では $O_2/O_3 \sim \varepsilon_1$ 曲線はほとんど同じとなっている。これは、 $\bar{\gamma}_0^*$ の値に影響されるためであるが、 $\bar{\gamma}_0^*$ は土の剛性に関係するものであるから、異方性土の応力・ひずみ関係はパラメータ α_1, α_2 とともに異方性を表現するパラメータと思われる。

謝辞 公私ともにお世話になつてゐる名古屋工業大学中井照夫助手に謝意を表します。

参考文献 1). Matsuoka & Nakai (1974) Proc. of JSCE, No.232

2). 松岡, 中井, 石崎 (1979) 第14回土質工学研究発表概要集

3). 石崎, 松岡 (1980) 第15回土質工学研究発表概要集 4). Green et al (1975) Geotechnique Vol.25, No.2

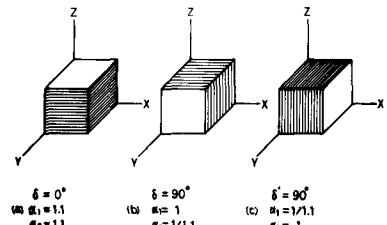


図-5 δ, δ' と α_1, α_2 の関係

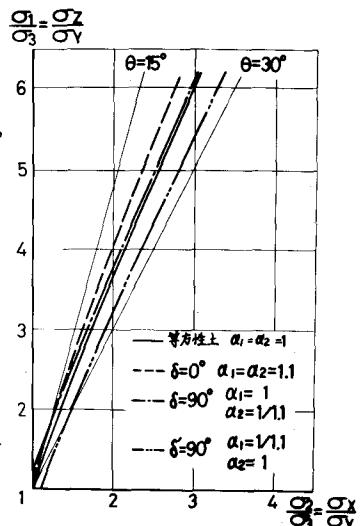


図-6 平面ひずみ下の応力経路

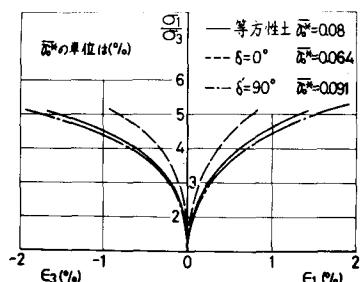


図-7 $O_1/O_3 \sim \varepsilon_1$ 関係

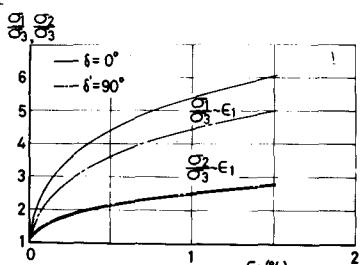


図-8 $O_2/O_3 \sim \varepsilon_1$, $O_1/O_3 \sim \varepsilon_1$ 関係