

京都大学工学部 正員 井上 頼輝
 京都大学工学部 正員 古市 徹
 東京電力株式会社 正員 清水 健

1. はじめに. 放射性廃棄物の地中処分を考える場合, まず環境アセスメントの一環として放射性核種の地層中での挙動を把握することが必要である。本報では帯水層での拡散シミュレーションについて考え, そのための手法として有限要素法 (FEM) を用いて検討した。さらに, 流れ場を精確に計算するのに不可欠な透水量係数を推定する, いわゆる“逆問題”を考えることによって若干の知見が得られたので報告する (Fig.1 参照)。

2. FEMによる拡散シミュレーション. FEMの利点は, 要素分割の形状が任意にとれ基礎式(1)の各係数を要素ごとに違えて与えることができることより, 考える領域についての情報を精確に基礎式に反映させることができることにある。ここでは基礎式(1)をガラーキン法によって定式化し形状関数の次数は1次とした。ある1つの係数に着目しそれを変化させ他を一定とした場合に, 全体のシミュレーション結果がどのように影響を受けるかについて感度解析的に比較検討を行なった。流速についてその結果を考察すると, 流速の拡散に及ぼす影響が大きいことが分かり, 濃度を精度よく求めるためにはまず流速分布を精度よく求める必要があることが推察された。本報では流れ場を支配する透水量係数の空間的分布を求めるために逆問題を考え, 流れ場の相違による濃度分布の違いをみた。またFEMを実際の問題に適用した場合の連立一次方程式の解法を考慮して, 大次元の問題でもTSS端末機程度で解けるようにユニット消去法を検討した。その結果ユニット分割数を増やすほど解の精度が悪くなることが分かったので, ユニット消去法を用いる場合は計算精度と計算機の記憶容量との兼ね合いを考える必要があると思われる。

3. 逆問題. 基礎式(2)に水位 h と境界条件を与えて透水量係数 T について解くことを逆問題という (Fig.2 参照)。 h の分布は順問題として T を与えることにより比較的容易に求めることができるが, 一方逆問題は一般に“不適切な問題”となる。すなわち, 解が一意に決まらず, 観測データの变动に対してその解が連続的に応答しないことが起りうる。一般に逆問題を解くには物理的に妥当な

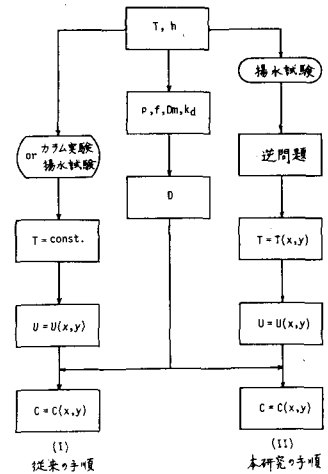


Fig.1 従来の研究と本研究の手順の比較

$$(1 + \frac{\rho}{\rho_0} K_d) \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial C}{\partial y}) - u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} - \lambda (1 + \frac{\rho}{\rho_0} K_d) C \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (T \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (T \frac{\partial h}{\partial y}) = 0 \quad \dots (2)$$

$$\text{但し, } e = \frac{f}{1-f}, \quad \lambda = \frac{\rho \rho_0}{t_{1/2}}$$

NOTATIONS		
C	:	核種濃度 [M/L ³]
D _x , D _y	:	拡散係数 [L ² /T]
u, v	:	地下水流速 [L/T]
f	:	土壌密度 [M/L ³]
e	:	空隙比 [—]
K _d	:	分配係数 [L ³ /M]
λ	:	崩壊定数 [1/T]
T	:	透水量係数 [L ² /T]
h	:	水位 [L]
f	:	空隙率 [—]
t _{1/2}	:	半減期 [T]

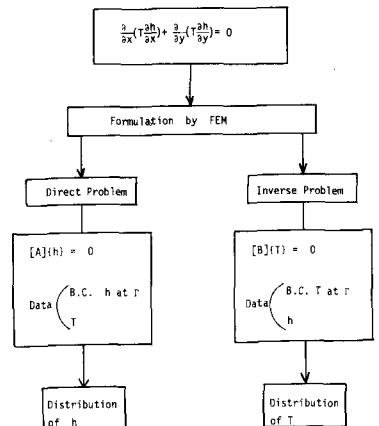


Fig.2 順問題と逆問題

補足的な情報を付加する必要があり、それについていくつかの手法が提案されている。ここでは逆問題の解法にカラーキン法を用いてFEMで解く方法について検討した。不均質で等方性の領域で考えると、 T が一意的解をもつための条件が、すべての流れ線によって横切られる線に沿って T が既知であるということはおよそ知られている。形状関数の次数は1次とし、 ϵ については2次の場合も検討した。また

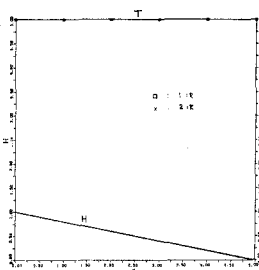


Fig. 3-a

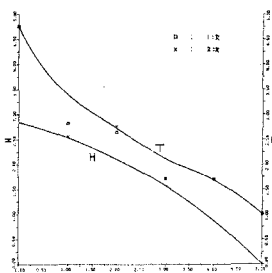


Fig. 3-b

解くべき係数行列は対角項が零に近く条件が悪いので倍精度で数値計算をした。

4. 考察 Fig. 3-a, b に示すように、水位 ϵ がそれぞれ直線と曲線の場合の T の理論値と推定値とが比較されている。また、 ϵ についての形状関数が1次と2次の場合が比較されているが、大きな差は見られない。逆問題と順問題について観測データ(ϵ, T)に対する解の感度を比較するために、乱数発生による誤差を含むデータを与えると逆問題の方が影響が大きいことが示された(Fig. 4参照)。また境界条件として与えた T に対する感度をみると、右端の値を変化させるとFig. 5のように、与えた両端の値を交互にとって振動する結果が得られた。水位勾配が直線の場合について勾配を変えてみると、得られる解の精度が変化し勾配が急なほど精度が良いことが分かった。次に、逆問題を解くことによって求めた T の分布とその分布の最小値、平均値、最大値をそれぞれ一定値とした場合について、それぞれ流速分布を求めさらにそれから濃度分布を求めて結果を比較した。Fig. 6に流速分布の比較と、Fig. 7に濃度分布の比較を示しているが、どちらも大きく異なっていることが分かる。したがって濃度分布を求める場合に流速分布の影響が大きいことが確認され、流速分布を求める場合に逆問題を考えることの必然性が認められた。境界条件として T を領域の両端で与えたが、これは片端のみで与えるとFig. 8のように解が振動するからである。解くべき基礎式(2)が T についての1階の偏微分方程式であるにもかかわらず両端で境界条件を与える必要があるのは、FEMの定式化より導いた解くべき連立一次方程式の係数行列のランクが落ちているからと考えられる。この原因を究明するために数学的な考察を加えることが今後の課題としてあげられる。また本手法を実際の問題へ適用するに当たっては、観測データの変動、境界条件として与える T の値の測定、水位勾配の影響などを物理的・数学的に議論し、実用的な手法として確立していく必要があろう。

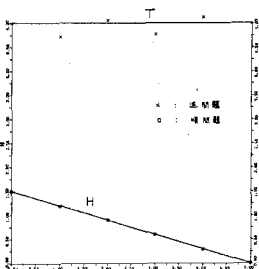


Fig. 4

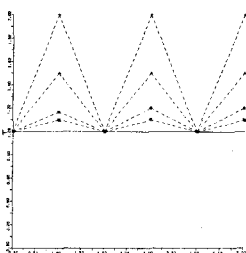


Fig. 5

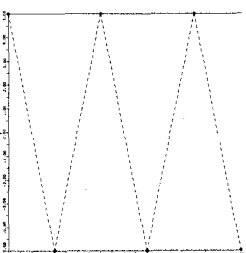


Fig. 8

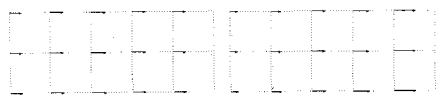


Fig. 6-a 流速分布
(水位勾配が一次の場合)

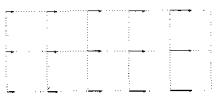


Fig. 6-b 流速分布
(水位勾配が一次の場合, $T=2.52$)

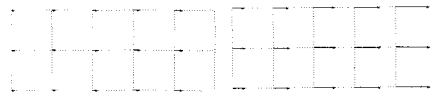


Fig. 6-c 流速分布
(水位勾配が一次の場合, $T=1.0$)

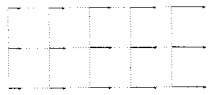


Fig. 6-d 流速分布
(水位勾配が一次の場合, $T=4.00$)



Fig. 7-a 濃度分布
(水位勾配が一次の場合)

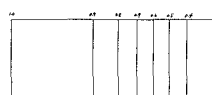


Fig. 7-b 濃度分布
(水位勾配が一次の場合, $T=2.52$)

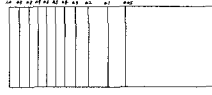


Fig. 7-c 濃度分布
(水位勾配が一次の場合, $T=1.0$)



Fig. 7-d 濃度分布
(水位勾配が一次の場合, $T=4.00$)