

北大工学部 正 ○船水尚行  
北大工学部 正 高桑哲男

1. はじめに

都市地域の流水中浮遊物の輸送・堆積等：その挙動を把握する場合、対象となる浮遊物は微細な有機性浮遊物から土粒子にわたり、粒子の特性は広い分布をもつことが多い。この分布の中で、個々の粒子の流水中での挙動には差が存在し、粒子の挙動に粒子の性質が流体運動より大きな影響を与える領域や、逆に流体運動の影響が大きい領域などを考えることが可能であろう。粒子の挙動に影響を与える粒子の密度と粒径により構成される二次元平面上に、流体への追従性を評価する指標をとり、対象とする浮遊物の粒径・密度の同時分布を重ねあわせ、その追従性にめくせた解析を進めていく必要があると思われる。本報告は、乱流場における粒子の運動に関する Tchen の解析をもとに、流水中の浮遊物の流体への追従性による分類法について考察したものである。

2. 乱流場における粒子の運動方程式とエネルギースペクトル

粒子の特性を評価する立場から、場の境界条件に左右されないよう、次のような場をとりあげる。場は水平方向（x方向）と鉛直方向（z方向）の無限に広い平面で、水平方向に一様な平均流速  $\bar{U}$  をもつ。場は一様かつ定常である。一様な場の単一粒子の運動方程式は以下のように書かれる<sup>(1)</sup>。

$$\frac{\pi}{6} D_p^3 \rho_p \frac{dU_p}{dt} = \frac{\pi}{8} C_0 D_p^2 \rho_f (U - U_p) | (U - U_p) + \frac{\pi}{12} D_p^3 \rho_f \frac{d}{dt} (U - U_p) + \frac{\pi}{6} D_p^3 \rho_f \frac{dU}{dt} + \frac{3}{2} D_p^2 \sqrt{\pi} \rho_f \int_{-\infty}^t \frac{d}{dt} (U - U_p) / \sqrt{t - \tau} d\tau + \frac{\pi}{6} D_p^3 (\rho_p - \rho_f) g \tag{1}$$

式中の記号は慣用としているものをもちいた。添字 p は粒子、添字なしは流体を示す。粒子についてのレイノルズ数  $Rep$  を  $Rep = D_p |U - U_p| / \nu$  と定義し、ストークスの抵抗則  $C_0 = 24 / Rep$  をもちいる。①式に平均操作をほどこすと（平均値を  $\bar{\quad}$  で示す）、

$$\bar{U}_p = \bar{U} + \frac{1}{18} \mu D_p^2 (\rho_p - \rho_f) g \tag{2}$$

②式の関係より、粒子の平均速度は流下方向に流体の平均流速、鉛直方向には静止流体中の粒子の終速度と一致することわかる。いま  $U_p = \bar{U}_p + u_p$ ,  $U = \bar{U} + u$  ( $\bar{u}_p = \bar{u} = 0$ ),  $\alpha = \rho_f / (\rho_f + 2\rho_p)$  とし、①式を書きなおすと、粒子、流体の変動速度の関係が次のように得られる。

$$\frac{du_p}{dt} = 36\alpha D_p^2 \nu (u - u_p) + 3\alpha \frac{du}{dt} + 18\alpha \sqrt{\frac{\nu}{D_p}} \int_{-\infty}^t \frac{d}{dt} (u - u_p) / \sqrt{t - \tau} d\tau \tag{3}$$

③式は水平、鉛直両方向ともに変動速度については同様の動きを示している。以下一方向についてのみ取扱うことにし、添字（xまたはz）をつけずに表現する。また④式は Tchen の式に相当し、 $S_{00}$  により得られた結果をそのまま使うことが可能となる。流体と粒子についてエネルギースペクトル密度関数をそれぞれ  $f$ ,  $f_p$  とし、角周波数を  $\omega$ ,  $\beta = 36\nu / D_p^2$  ( $sec^{-1}$ ) とすると、次の関係が与えられる<sup>(2)</sup>。

$$\frac{\bar{u}_p^2 f_p}{\bar{u}^2 f} = \frac{1 + \sqrt{18} (\frac{\omega}{\beta})^2 + 9 (\frac{\omega}{\beta}) + 9\sqrt{2} (\frac{\omega}{\beta})^2 + 9 (\frac{\omega}{\beta})}{1 + \sqrt{18} (\frac{\omega}{\beta})^2 + 9 (\frac{\omega}{\beta}) + \frac{\sqrt{18}}{\alpha} (\frac{\omega}{\beta})^2 + \frac{1}{\alpha^2} (\frac{\omega}{\beta})^2} = \Omega \tag{4}$$

3. 粒子の流体への追従性の指標

④式中の  $\omega/\beta (= \delta)$  は無次元量で、粒径を無次元化した角周波数とみなせるであろう。 $\Omega$  と  $\delta$  の関係を密度比パラメータとして図上に表現し、粒径に対応する  $\delta$  の範囲を定めれば、粒径・密度に対応した  $\Omega$  の角周波数による変化を知る事が可能となる。流体を 15°C の水としたときの例を図-1に示す。図-1 中で粒径に対応する  $\delta$  の範囲は、角周波数を  $1 < \omega < 10^4$  としこもめた。

図-1から粒径について次の三領域に分類可能であろう。(I)粒子の密度が変化しても $\Omega$ の値が変化しない粒径域。(II)粒子の密度・粒径の変化が $\Omega$ の変化をもたらす粒径域。(III)粒子の密度が $\Omega$ の値を定める粒径域。ただし、粒径の大きな領域については基礎となる粒子の運動方程式の妥当性の問題があり、検討の余地をのこしている。このことは以下の議論にもあてはまる。

次に粒子に対して流体への追従性を示す数値を与える。ある周波数帯での平均的な、粒子の運動のエネルギースペクトルと流体のスペクトルの比として次式の関係を与えられる量  $R$  をとりあげる。

$$R = \int_{\omega_0}^{\omega_{\infty}} \Omega \, d\omega / (\omega_{\infty} - \omega_0) \quad (5)$$

式(5)の  $R$  は図-2の斜線部の面積と  $\Omega=0, \Omega=1, \omega=\omega_0, \omega=\omega_{\infty}$  で囲まれる部分の面積の比を表わしている。また(4)式より

$$\frac{\overline{U_p^2}}{U^2} = \int_{\omega_0}^{\omega_{\infty}} \Omega \, f \, d\omega \quad (6)$$

という関係が導かれ、(5)式の  $R$  は  $f$  を次のようにおいた場合の  $\overline{U_p^2}/U^2$  の値も表現していることになる。

$$f = \begin{cases} 1/(\omega_{\infty} - \omega_0) & \omega_0 < \omega < \omega_{\infty} \\ 0 & \omega > \omega_0, \omega > \omega_{\infty} \end{cases} \quad (7)$$

$R$  と粒径の関係と粒子の密度をパラメータとして図-3に示す。対象とした周波数帯は  $0 < \omega < 10^4$  である。

対象とする浮遊物の粒径・密度分布を知り粒子の挙動を考察する手段を考へれば、 $R$  の値から粒子の分類をおこなうことが必要となろう。そのためには、図-3の表現よりも粒径・密度よりなる平面上に  $R$  の値を表現したほうが扱いやすい。図-3の関係を座標軸をかえて表現したものを図-4に示す。図-1のこ-3で述べた追従性に関する三領域は、図-4の平面上に具体的な領域とし与えられる。対象とする浮遊物に対して、粒径・密度の同時分布を求めれば、図-4によって流体への追従性からある程度浮遊物の分類が可能であろう。また浮遊物が粒径・密度のほかに質的な分布も有している場合、粒径・密度平面上の量的分布に加えて、粒子の質的な特性を表現する指標の分布を重ね合わせることは、流水中の粒子の挙動ならびに変化を考察する上で有効であろうと思われる。

#### 4. おわりに

本報告では下水道系における浮遊物の挙動を把握するための第一歩とし、浮遊物の分類法を考察した。今後の課題として、

粒子の分類とその輸送形態、取扱い方法の確りつけを欠かない、浮遊物の変化の過程を明らかにしていくこと、現存する浮遊粒子の分布特性の特徴を検討していくことがあげられる。

<参考文献> (1) S.L. Soo, Fluid Dynamics of Multiphase System, P.33, (2) 両左 P.36

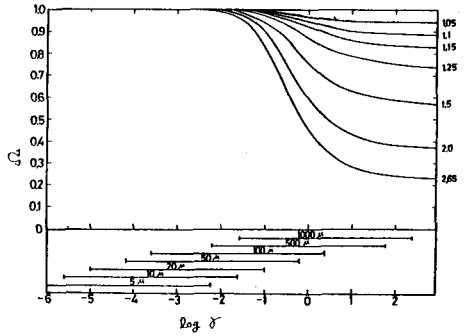


図-1  $\Omega$  と  $\delta$  の関係

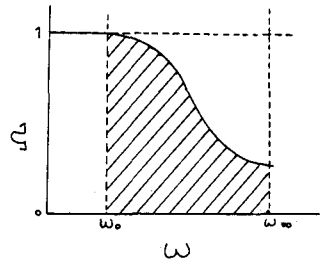


図-2  $\Omega$  の積分の概念図

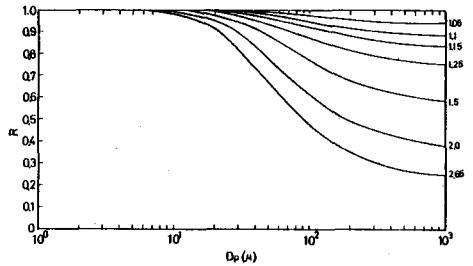


図-3  $R$  と  $D_p$  の関係

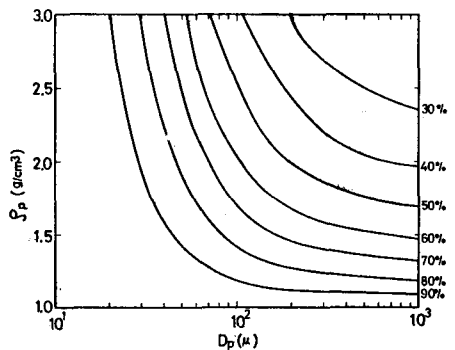


図-4  $D_p$ - $\rho_p$  平面上の  $R$  の変化