II-358　管網計画の最適化プログラムに関する研究

埼玉大学　工学部　　正員　東原紘道
(株)長大橋設計センター　正員　大月　哲

1　研究の目的

多自由度の配水管網において，配水管の所要材料量を目的関数とする最小値問題に対し，局所最適解を求めるプログラムを開発するのが本研究の目的である。管網の経済設計においては，ポンプ関連費用などの多くの要因が関与し，それらの要因のどの範囲までを考慮して最適化を試みるのかということを明確にしなければならない。本研究はこの範囲を強く制限するものであるが，これは，使用材料量を目的関数とする問題は，目的関数そのものは簡単であるにもかかわらず，管網の経済設計の本質的な理論上の問題である解の集合の特異性―極小解の唯一性の不成立―を含んでいるからである。のみならず，設計実務においてはポンプ等の要因は別のレベルで判断されることが多く，したがって直接の担当者は，これらの条件は既与として，使用材料量の最小化に専念することを常とするからである。

この場合の標準的な作業は，管径 $\{D_\alpha\}$ の仮定⟶給水点水頭値 $\{E_i\}$ の計算⟶結果の判定と仮定値の修正⟶・・・・　のくり返しである。しかしこのうちの判定と修正の作業は，多分に経験と勘に依存する非定型的なものであって，時間のロスが多く，またオフラインとなるため，データの変更にも時間のロスとミスが生じやすい。本研究が目的とするプログラムは，初期値を設定しさえすれば，以後のくり返し過程を自動的に実行し，短時間で終極解を与えるから，設計作業を軽減することができる。

ところで上でも言及したように，網目状管網にはふつう多数の局所最適解が存在するので，近傍の概念に立脚した現代の解析学の論理に拠る以上，最適化計算の結果は与えられた初期条件に依存するものとなり，大域最適解を与えるとは限らない。本研究で追求するアルゴリズムもこの壁を破るものではないが，大域最適解決定の理論は，局所最適解決定の理論と最適初期条件決定の理論の綜合と解されるから，局所最適解決定のアルゴリズムの確立が全問題の解決の重要な基礎を与えることは疑いを容れない。ただしそのためには，そのアルゴリズムが理論的分析に適した性質のものでなくてはならないことは言うまでもない。

2　問題の設定

樹枝状もしくは網目状の管網の配置形状およびポンプの能力等が与件として与えられたものとし，各管路の管径の決定が求められているものとする。管径は通常は規格化されており，通常は離散変量であるが，本研究では連続変量として扱う。設計条件は次のとおりである。

(1)　給水点における給水可能量・・・$p_i \geq \bar{p}_i$

(2)　給水点における所要水頭値・・・$E_i \geq \bar{E}_i$

(3)　各管路の管径の上下限値・・・・・$D_{max} \geq D_\alpha \geq D_{min}$

(4)　各管路の流速の上下限値・・・・・$V_{max} \geq |V_\alpha| \geq V_{min}$

さらに内在的条件として，管路流量 Q_α を介して，次の条件がある。

(5)　連続の条件・・・・・・・・・・・・・・・・$p_i = \sum Q_{i'}$

(6)　運動の条件・・・・・・・・・・・・・・・・$Q_\alpha = A_\alpha \cdot D_\alpha^b \cdot [E_{\alpha'} - E_{\alpha''}]^a$

これらの条件を満足し，同時に次式を極小にするものが，我々の問題の解である。

(7)　所要材料量・・・・・・・・・・・・・・・・$\sum c_\alpha \cdot \varphi(D_\alpha)$

ただし，$i = 1 \sim m$，$\alpha = 1 \sim n$　で，m と n はそれぞれ給水点数と管路数である。したがって $l = n - m$ は管網に含まれる閉回路数に等しい。

3　理論的検討

運動条件式（6）は強い非線型性を有しているので，何らかの非線型計画法の適用が避けられないように思われる。しかし理くつは別にして実用上は，これらの方法が適用可能な自由度の数は著しく小さい。このため通常のスケールの管網にはとうてい対応できない。さらに一般的に非線型計画法の計算過程を理論的に分析することは困難である。このことは計算例の蓄積が単なる反復にとどまり理論的総括をなしえないということであるからノウハウ形成の力が弱いことを意味する。このような理由から，前出の条件をまともに非線型計画法で解くという方式は開発する魅力に乏しい。

多数の制約条件と変数に対する最適化手法のうちでもっとも基本的なものは言うまでもなくＬＰ（ Linear Programming ）である。この手法は，制約条件および変数が多数の場合にも計算が可能で，しかも理論的分析に適している。狭義のＬＰにおいては，制約条件および目的関数のいずれもが線型でなければならないが，真に重要なのは制約の線型性であって，目的関数は適当な条件（ある種のconvex性）さえ具備すれば，たとえ非線型であっても計算に困難はない。これをＱＬＰ（ Quasi-LP ）と略称する。したがって適当な変換によって，制約条件が線型化され，しかも目的関数のconvex性が成立するようにできるならば我々の問題はＱＬＰによって解かれることになる。

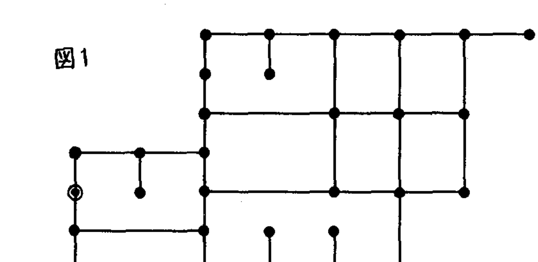
すべての $\{D_\alpha\}$ が与えられると，すべての $\{E_i\}$ が一意に定まる。つまり過程 $\{D_\alpha\}\longrightarrow\{E_i\}$ は完全決定的である。逆に $\{E_i\}$ が与えられても，樹枝状管網でない限り，$\{D_\alpha\}$ は一意には定まらない。つまり過程 $\{E_i\}\longrightarrow\{D_\alpha\}$ は不定自由度（ ℓ に等しい）をもつ。この不定自由度を利用して解の改善を行なうことが考えられる。実際 $D_\alpha^b=X_\alpha$ とおくと，我々の問題は $\{X_\alpha\}$ についてＱＬＰに帰着する。

さらにこのＱＬＰの結果を初期値として，もう一つの過程 $\{D_\alpha\}\longrightarrow\{E_i\}$ を構成し，しかもこの過程においても解が改善されるようにすることができれば，くり返し計算のループが形成されることになり，最適化の過程が実現する。上述のように過程 $\{D_\alpha\}\longrightarrow\{E_i\}$ は完全決定的であるから，このままでは解の改善の余地はない。しかし，すべての $\{D_\alpha\}$ までを固定することなく，一部の自由度を解放することにより，この過程をＱＬＰ問題に転換することが可能である。この結果，２組の独立変数群の一方を固定して他方を変化させて解を改善する手続を交互にくり返すアルゴリズムが構成されることになる。この方法をＦＬＰ（ Flip-Flop LP ）と呼ぶ。我々の問題はＦＬＰによって解かれるというのが本研究の結論である。なお管網の場合には，ＦＬＰを構成する２個のＱＬＰ過程が，類似した特別の構造を有しているので，それを利用した特別のＬＰ演算式を作成すると，大容量で高速のプログラムが得られる。

4　計算例

実際に設計された図１のような系（ D_{min}＝７５ｍｍという網目型である）にＦＬＰプログラムを適用した場合の最適化の状況を図２に示す。能率よく解が改善されていることが認められる。

図１



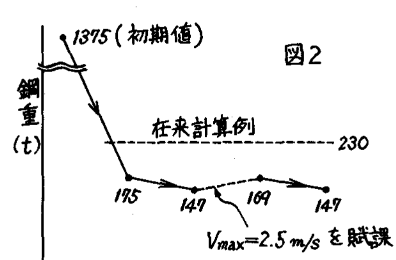


図２

謝辞：本研究は住友金属工業株式会社パイプライン部の経済設計システム開発プロジェクトの一環としてなされたものである。関係各位の御協力に感謝する。