

九州大学 正員 神野健二 正員 上田年比古
学生 前田光輔

1. 序 洋水場における逆流のように、砂と水との混相流の特性は Richardson-Zaki¹⁾あるいは藤原の式²⁾のように砂層膨張率と逆流速度、均等係数、有効径等によって表わされていくが、砂、水の運動を検討するには、さらに詳しい考察が必要であろう。本報では基礎式を線形化し、実測の差圧変動スペクトルから砂・水の流速変動のスペクトル推定法を試みた。

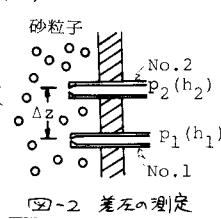
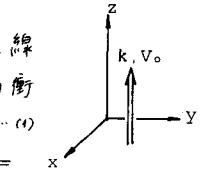
2. 基礎式 J.D. Murray³⁾は粒子濃度、粒子速度、液体速度、圧力に関する基礎式を基に線形安定性を論じ、D.A. Drew⁴⁾はさらに詳しい検討を行なっており、(1)～(4)は粒子間の衝突による应力、Basset項等を無視し、次式を考えた。粒子濃度の連続式： $\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot u = 0 \dots (1)$
 液体の連続式： $\frac{\partial(1-d)}{\partial t} + \nabla \cdot (1-d)V = 0 \dots (2)$ 、粒子の運動方程式： $\frac{dV}{dt} + u \nabla u = -\alpha \nabla p + (\frac{1}{2} dPA_0 C_0 / (\pi d^3/6)) \cdot (V-u) |V-u| - d \sigma g k \dots (3)$ 、液体の運動方程式： $(1-d)p(\frac{\partial V}{\partial t} + V \nabla V) = - (1-d) \nabla p - (\frac{1}{2} dPA_0 C_0 / (\pi d^3/6)) \cdot (V-u) |V-u| - \mu_0 \nabla (1+\frac{d}{2}) \nabla V - (1-d)p g / k \dots (4)$ ， $d = 1 - \alpha$ ：粒子濃度、 u ：粒子速度、 V ：液体速度、 p ：圧力、 σ ：粒子密度、 ρ ：液体密度、 d ：有効径、 $A_0 = \pi d^2/4$ 、 C_0 ：粘性係数、 \mathbf{k} ：重力と反対方向の単位ベクトル、 α ：ナゴラ、 μ_0 ：液体の粘性係数である。粘性項は逆流装置壁面及び粒子間の微小間隔で速度勾配が大きくなる場合に効果を持つと考えられるが、粒子と液体の相対速度に関する(3)、(4)式の右辺第2項に比べて小さいと仮定し無視する。今、 α, u, V, p を次のようにして置く： $\alpha = d_0 + d'$ 、 $u = u' = (U_x, U_y, U_z)$ 、 $V = V_0 k + V' = (V_x', V_y', V_0 + V_z')$ 、 $p = p_0(z) + p'$ …(5)。(1)～(4)式に(5)式を代入し、 Z 方向の式を考えた。 $= \alpha$ とき、(3)、(4)式の Z 方向の式のうち、 $d_0, V_0, p_0(z)$ に関して(3)式が $\frac{\partial u}{\partial t} = -d_0 \frac{\partial p}{\partial Z} + d_0 \rho S_0 V_0^2 - d_0 \sigma g = 0 \dots (6)$ 、(4)式が $\frac{\partial V}{\partial t} = -(1-d_0) \frac{\partial p}{\partial Z} - d_0 \rho S_0 V_0^2 - (1-d_0) p g = 0 \dots (7)$ 。(6)、(7)式から $\rho S_0 V_0^2 = (1-d_0)(\sigma - p)g \dots (8)$ 、 $\frac{\partial p}{\partial Z} = -(d_0 \sigma + (1-d_0)p)g \dots (9)$ である。 $\therefore = S_0(z)$ 、 $S_0 = \frac{1}{2} A_0 C_0 / (\pi d^3/6) \dots (10)$ 。次に(1)、(2)式に $\frac{\partial}{\partial Z}$ では変動量の1次の、 L がもとより方向成分のみを考慮し、 $\frac{\partial u}{\partial t} + d_0 \frac{\partial u'}{\partial Z} = 0 \dots (11)$ 、 $\frac{\partial V}{\partial t} - (1-d_0) \frac{\partial V'}{\partial Z} + V_0 \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \dots (12)$ 。(11)式から(12)式を引くと、 $\alpha'(Z, t) = \frac{d_0}{V_0} U_2'(Z, t) + \frac{1-d_0}{V_0} U_3'(Z, t) \dots (13)$ 。次に(5)、(8)、(9)式に(3)式を代入すると、 $\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial Z} + 2\rho S_0 V_0 (U_2' - U_3') \dots (14)$ 。(4)式の場合は、 $p(\frac{\partial V}{\partial t} + V_0 \frac{\partial V}{\partial Z}) = -\frac{\partial p}{\partial Z} - 2\rho d_0 S_0 V_0 (U_2' - U_3')/(1-d_0) - (\sigma - p)g d'/((1-d_0)) \dots (15)$ 。(10)、(13)式に(4)式を代入すると、 $p(\frac{\partial V}{\partial t} + V_0 \frac{\partial V}{\partial Z}) = -\frac{\partial p}{\partial Z} - (\sigma - p)g((1+2d_0)U_2'/V_0 + d_0(\sigma - p)g((1-2d_0)U_3')/(1-d_0)V_0) \dots (16)$ 。次に $p' = \rho V_0^2 \hat{p}$ 、 $U_2' = V_0 \hat{U}$ 、 $U_3' = V_0 \hat{U}$ 、 $d' = d_0 \hat{d}$ 、 $Z = (V_0^2/g)^{1/2}$ 、 $t = (V_0/g) \hat{t}$ とおき、(14)、(16)式に代入すると $\frac{\partial \hat{U}}{\partial \hat{t}} = -\frac{1}{1+(1+\varepsilon)} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{Z}} + [2\varepsilon((1-d_0)/(1+\varepsilon)) \hat{U} - 2\varepsilon((1-d_0)/(1+\varepsilon)) \hat{U}] \dots (17)$ $\frac{\partial \hat{U}}{\partial \hat{t}} + \hat{U} \frac{\partial \hat{U}}{\partial \hat{Z}} = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{Z}} - \varepsilon((1+2d_0)/(1-d_0)) \hat{U} + \{d_0 \varepsilon((1-2d_0)/(1-d_0)) \hat{U}\} \dots (18)$ 、 $\varepsilon = (\sigma - p)/p$ である。

3. 調和解析 流動層が定常として運動しているとし、 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{Z}}$ を次式のようにおく。
 $\hat{u} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_u(\hat{f}, \hat{k}) e^{i(\hat{K}\hat{Z}-2\pi\hat{f}\hat{t})} df d\hat{k}$ 、 $\hat{v} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_v(\hat{f}, \hat{k}) e^{i(\hat{K}\hat{Z}-2\pi\hat{f}\hat{t})} df d\hat{k}$ 、 $\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{Z}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_p(\hat{f}, \hat{k}) e^{i(\hat{K}\hat{Z}-2\pi\hat{f}\hat{t})} df d\hat{k} \dots (19)$
 $\therefore = f = (V_0/g) \hat{f}$ (無次元周波数)、 $\hat{k} = (V_0^2/g)^{1/2} \hat{k}$ (無次元波数)である。(17)式を(17)、(18)式に代入すると(2)式である。
 $|A_u(\hat{f}, \hat{k})|^2 = G_u(\hat{f}, \hat{k}) |A_p(\hat{f}, \hat{k})|^2 \dots (20)$ 、 $|A_v(\hat{f}, \hat{k})|^2 = G_v(\hat{f}, \hat{k}) |A_p(\hat{f}, \hat{k})|^2 \dots (21)$ 、 $\varepsilon = d_0$

$$G_u(\hat{f}, \hat{k}) = \frac{\{9\varepsilon^2 + (2\pi\hat{f} + R)^2\}}{4[\{-\varepsilon^2 + \pi(1+\varepsilon)(2\pi\hat{f} + R)\hat{k}\}^2 + \varepsilon^2 \{\pi\hat{f}(3+\varepsilon+2d_0\varepsilon) + (1-d_0)\hat{k}\}^2]} \dots (22)$$

$$G_v(\hat{f}, \hat{k}) = \frac{\{(2-3d_0)^2 \varepsilon^2 + 4\pi^2(1+\varepsilon)^2(1-d_0)^2 \hat{k}^2\}}{4(1-d_0)^2 [\{-\varepsilon^2 + \pi(1+\varepsilon)(2\pi\hat{f} + R)\hat{k}\}^2 + \varepsilon^2 \{\pi\hat{f}(3+\varepsilon+2d_0\varepsilon) + (1-d_0)\hat{k}\}^2]} \dots (23)$$

次に Z 方向の差圧変動について考こう。図-2に示す Z 方向(No.1, No.2)間の差圧($\Delta h = h_2 - h_1$)である。 $\Delta h = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_{sh}(f, k) e^{i(K\hat{Z}-2\pi\hat{f}\hat{t})} df d\hat{k} \dots (24)$ で表わすことができる。 $= a$ と \hat{Z} 方向の間隔 $\Delta Z = (0.4\text{cm})$ とする、 $\Delta h/\Delta Z = \frac{\partial h}{\partial Z} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\Delta Z}\right) X_{sh}(f, k) e^{i(K\hat{Z}-2\pi\hat{f}\hat{t})} df d\hat{k}$
 $= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{g^3}{V_0^2} \frac{1}{\Delta Z}\right) X_{sh}(f, k) e^{i(K\hat{Z}-2\pi\hat{f}\hat{t})} df d\hat{k} \dots (25)$ 、(19)式の $\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{Z}}$ と比較して、次の関係式をうる。



$|A_p(f, R)|^2 = \{g^3/V_0 \cdot \hat{\omega}\}^2 |X_{sh}(f, k)|^2 = \{g^3/V_0 \cdot \Delta \hat{\omega}\}^2 \cdot T \cdot L \cdot P_{sh}(f, k) \quad \dots (25)$, $T = T_0 + \mu L$ は観測時間, 離散である。また $P_{sh}(f, k)$ は Δh 時空間スペクトルである。 U'_0, V'_0 は f, k でも時空間スペクトル $P_u(f, k), P_v(f, k)$ を参考, (20), (21) 式に (25) 式を代入すれば, $P_u(f, k) = (V_0/\Delta z)^2 \cdot G_u(\hat{f}, \hat{R}) \cdot P_{sh}(f, k) \quad \dots (26)$, および $P_v(f, k) = (V_0/\Delta z)^2 \cdot G_v(\hat{f}, \hat{R}) \cdot P_{sh}(f, k) \quad \dots (27)$

4. 実験および差圧変動の時間スペクトル

各膨張率 E との 5 個の時間スペクトル分布の平均曲線を図-4 に示す。周波数 1 Hz よりも高周波数側では若干の $\delta - \epsilon$ が存在し、次に δ は一定のスペクトルに τ_0, f_0 は小 δ トラフに流入する逆洗水の振動、逆洗水流給側の導水管等の振動による雜音信号と差しり小さく。尚、差圧計には静止の他に、動圧の影響も十分差しり入れるが、壁口・上田⁵⁾ のホットフィルムによる流体の乱れ強度 $(V_0/\Delta z)^2$ の測定値は倍数 cm/sec^2 であることを δ 、動圧は $C = \frac{1}{2} \rho V_0^2/2g \approx 0(10^{-2})$ 程度の信号の混入がある。しかし本実験中の出力電圧 δ は δ の動圧は静止変動の 10% 以下と觀測され τ_0 で、 $\tau_0 = 2\pi/f_0$ で τ_0 は持て考慮しなかった。膨張率が増加するにしたがって高周波数側の δ が増大する傾向があり、運動層内の運動が激しくなることを示してある。次に、 0.4 Hz 以上の δ の δ が小さいとして τ_0 を無視し、各膨張率 E にて δ の関数形を適合させた。即ち、 $P_{sh}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{sh}(f, k) dk = 2\beta R(0)/(\beta^2 + 4\pi^2 f^2) \quad \dots (28)$

$$= \text{自己相間関数 } R(\tau) = R(0) \exp\{-\beta|\tau|\} \quad (\tau: \text{lag time}) \quad \dots (29)$$

を参考して $\tau_0 = \delta$ 同等である。 $f = 0.04 \text{ Hz}$ と $f = 0.4 \text{ Hz}$ の測定値を用いて β と $R(0)$ の値を概算すると表-1 のようになつた。 τ_0 は図-4 に示す膨張率 $E = 30.1\%$ の (28) 式のグラフを印記して示してある。膨張率が大きくなると積合特性時間 $\tau_0 = 1/\beta$ は小 τ_0 となる。運動が激しい δ を示すものと差しり小 τ_0 となる。次に、波数 k と周波数 f の間に $K = 2\pi f/V_0$ の関係を仮定し、(28) 式から $P_{sh}(k) = \frac{V_0}{2\pi} P_{sh}(f) = \beta V_0 R(0)/\{\pi(\beta^2 + V_0^2 k^2)\} \quad \dots (30)$, ここで $\delta = P_{sh}(f, k) \propto P_{sh}(k) \cdot P_{sh}(f)$ と仮定し、 $P_{sh}(f, k) = 2\beta^2 V_0 R(0)/[\pi(\beta^2 + 4\pi^2 f^2)(\beta^2 + V_0^2 k^2)] \quad \dots (31)$, $\tau_0 = \frac{2\pi R(0)}{\beta^2 + 4\pi^2 f^2} \quad \dots (32)$, (27) 式から $P_u(f, k) = (\frac{V_0}{\Delta z})^2 G_u(\hat{f}, \hat{R}) \cdot 2\beta^2 V_0 R(0)/[\pi(\beta^2 + 4\pi^2 f^2)(\beta^2 + V_0^2 k^2)] \quad \dots (33)$ 今、 $E = 30.1\%$ のデータ (実測) の逆洗速度は $V_B = 1.702 \text{ cm/sec}$, $V_0 = V_B/(1-d_0) = 3.16 \text{ cm/sec}$ を用いて $P_u(f, k), P_v(f, k)$ を計算すれば $0.05 \leq f \leq 1.0 \text{ Hz}$, $0 \leq k \leq 2.0 \text{ cm}^{-1}$ の範囲で $3 \times 10^{-4} < P_u(f, k) < 10 \text{ cm}^3/\text{sec}$, $5 \times 10^{-5} < P_v(f, k) < 1.5 \text{ cm}^3/\text{sec}$ となつた。

5. 結び 以上の解析では、粒子、流体の速度変動スペクトル推定に、実測の差圧変動と運動層の基礎式を用いたが、非線形項、粒子の衝突の効果については吟味していない。今後はこれらの効果を含めて精度を高めることともに、各物理量の変動特性を検討し、運動層の機構を明らかにしてい。

参考文献 1). J. F. Richardson & W. N. Zaki ; Sedimentation and Fluidisation

- TRANS. INSTN Chem. Engrs., vol 32, 1954, pp. 35-53. 2) 藤原紀；急速3道3過濾構造と複層3過濾池に関する基礎的研究, 学位論文. 3) J. D. Murray ; On the mathematics of fluidization, Jour. Fluid Mech. vol 21, part 3, 1965, pp. 465-493.
 4) D. A. Drew ; Effect of the lift force on the stability of Uniform fluidization, The Physics of Fluids, Vol. 19, NO. 11, 1976, pp. 1716-1720
 5) 壁口・上田；急速3道3過濾構造の検討, 土木学会論文集, 第272号, 1978.

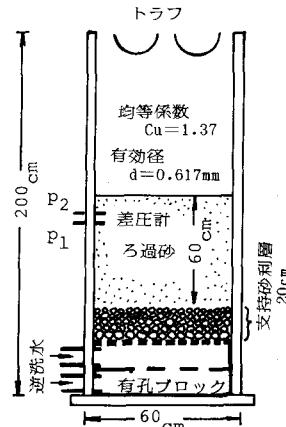


図-3 逆洗装置

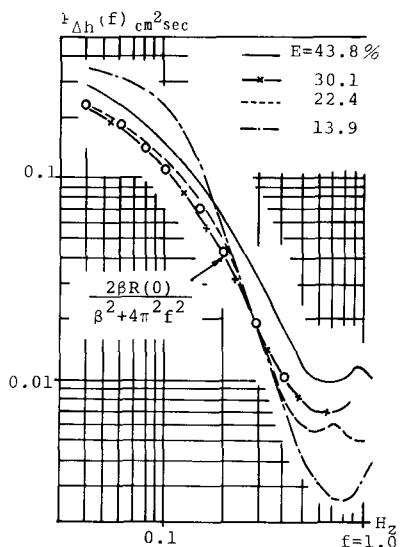


図-4 各膨張率 E との時間スペクトル

表-1 β と $R(0)$ の値

E%	$\beta(\text{sec}^{-1})$	$R(0) \text{ cm}^2$	$T_E \text{ sec}$
43.8	0.57	0.110	1.75
30.1	0.48	0.072	2.08
22.4	0.43	0.064	2.33
13.9	0.29	0.092	3.45