II-290　帯水層係数の精度についての水理学的検討

岐阜工業高専　正員　鈴木孝男
名古屋大学工学部　正員　高木不折

1. はじめに　地下水流れのシミュレーションにおいて，結果としての出力の精度の良否はパラメータと入力の情報の精度に大いに影響をうける。具体的には出力として地下水位，入力として揚水量，初期・境界条件，パラメータとしては帯水層係数であるが，物理パラメータは数学的モデルに直接影響を与えるだけに，その数値の取り扱いには十分な配慮が必要である。本報告は物理パラメータの推定値の誤差の影響が，出力としての地下水位にどの程度の影響を及ぼすものであるかについて検討したものである。具体的には帯水層係数として貯留係数と透水量係数の2つを取り扱っているが，両者とも現場ではボーリング調査および揚水試験によって得られた資料をもとに推定されている。ところが地下水盆といった地質学的な堆積盆を対象とするため，その広がりに対して得られるデータの信頼性にはおのずと限界があり，数学的モデルに取り入れるための精度としても問題があろう。筆者らは上述した帯水層係数の精度，信頼性についての定量的評価の基準となるものを定めることができるのではないかと考えているが，ここではその方法のひとつとして簡単な条件での数値計算を行なった。

2. 基礎方程式とその計算手法　モデルの応答を明確にさせるために被圧地下水流れを対象とし，帯水層内の水頭の鉛直分布を一様と仮定し，水平方向については揚水井に向かう放射状流れを考えた。したがって基礎方程式は，連続式と運動方程式としてDarcyの抵抗則を用いれば，式(1)で与えられる。

$$S\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{T}{r}\frac{\partial h}{\partial r}+T\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{\partial T}{\partial r}\frac{\partial h}{\partial r}+\frac{k'}{b'}(h_0-h) \qquad (1)$$

ただし，hは地下水頭，rは距離座標，tは時間，Sは貯留係数，Tは透水量係数，k'，b'は難透水層の透水係数，層厚である。式(1)の物理パラメータ，TとSにそれぞれΔT，ΔSの測定誤差があるとすれば，その解を平均量のまわりに展開し，第一次近似として式(2)が得られる。

$$h(r,t;T+\Delta T,S+\Delta S)=h(r,t;T,S)+\frac{\partial h}{\partial T}\Delta T+\frac{\partial h}{\partial S}\Delta S \qquad (2)$$

ここにΔT，ΔSの基準は観測者が推定しなければならないが，地下水頭の精度に及ぼすそれらの影響を見るためには，$|\partial h/\partial T|$，$|\partial h/\partial S|$の値との関係で議論する必要がある。したがって地下水頭hの，透水量係数Tと貯留係数Sによる勾配をそれぞれ$C_T(\equiv\partial h/\partial T)$，$C_S(\equiv\partial h/\partial S)$とおけば，式(1)をそれぞれ$T$と$S$について微分して式(3)，(4)が得られる。ただしここでは$\partial T/\partial r=0$と仮定した。

$$S\frac{\partial C_T}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right)+\frac{T}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C_T}{\partial r}\right)-\frac{k'}{b'}C_T \quad (3) \qquad S\frac{\partial C_S}{\partial t}+\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{T}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C_S}{\partial r}\right)-\frac{k'}{b'}C_S \quad (4)$$

式(1)，(3)，(4)に適当な初期，境界条件を与えることによりそれぞれh，C_T，C_Sの時空間分布を求めることができるが，簡単な条件で数値の妥当性を検討するために，

$$\left.\frac{\partial h}{\partial r}\right]_{r=r_w}=-\frac{Q}{2\pi T r_w},\quad \left.\frac{\partial h}{\partial r}\right]_{r=R}=0,\quad \left.\frac{\partial C_T}{\partial r}\right]_{r=r_w}=\frac{Q}{2\pi T^2 r_w},\quad \left.\frac{\partial C_T}{\partial r}\right]_{r=R}=0$$

$$\left.\frac{\partial C_S}{\partial r}\right]_{r=r_w}=0,\quad \left.\frac{\partial C_S}{\partial r}\right]_{r=R}=0,\quad h_{t=0}=h_0,\quad C_{T\,t=0}=0,\quad C_{S\,t=0}=0$$

と仮定した。ただし，Qは揚水量，Rは影響半径，r_wは井戸半径，h_0は初期水頭である。具体的な数値計算法は式(1)，(3)，(4)を変数変換して正規化し，もっとも簡単なImplicit F.D.Mで差分化して時間軸にそって逐次計算を進めた。

3. 計算結果と相対誤差　ここでは一つの数値計算例として，水頭拡散率$T/S=5\times10^4$ (m^2/day)，鉛直成分の付加項$k'/b'=1/50$ ($1/day$)を与えた場合について，式(1),(3),(4)のもとにΔT, ΔSの測定誤差が地下水頭に及ぼす影響を地下水頭の相対誤差の形式で示した。図1，2は透水量係数Tに測定誤差ΔTを考慮した場合の相対誤差の空間分布である。いずれの場合も境界の影響のため，井戸からの距離とともに漸減しているが，最大30%程度のパラメータの測定誤差がある場合でも，結果にはそれほど影響を与えるものでないことがわかる。また鉛直成分の効果k'/b'を考えた場合には，多少相対誤差が増加している。図3，4は貯留係数Sに測定誤差ΔSを考慮した場合の相対誤差の空間分布である。定性的にはTの場合と同様に境界の影響を強く反映しているが，曲線の相違はC_T, C_Sの空間分布のちがいによるものである。また鉛直成分の効果により，Tの場合と反対に相対誤差は減少しているが，いずれの場合でもその影響の程度は2次的なものと考えられる。定量的に全体を比較すれば，貯留係数を変化させた場合に相対誤差が一桁小さくなっていることがわかる。このことから被圧地下水流れでは比貯留量に比較して透水係数，帯水層厚の評価には十分な努力を払う必要があると考えられる。さらに定性的には相対誤差は時間とともに増加し，その影響が距離方向に伝播している様子がみられるが，増加の程度はそれほど大きくないといえる。

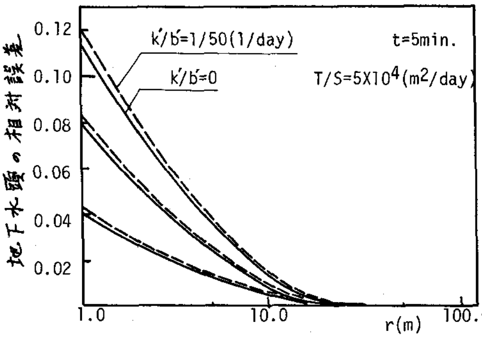

図1. ΔTの変化と相対誤差の関係

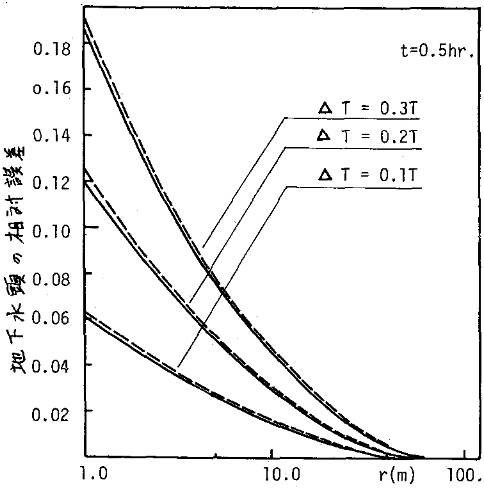

図2. ΔTの変化と相対誤差の関係

4. まとめ　以上被圧地下水流れを対象にして，現地の観測データの精度をどの程度の基準で扱ったらよいかということを前提に，限られた範囲の議論であり数値的に詳しい議論はできないが，簡単な数値モデルをもとに考察を進めてきた。現地の観測データがどの程度あればどのくらいの様子を知ることができるか，ということは今日的な研究課題であると考えており，今後は現実のフィールドの諸条件，とくに境界の取り扱いに十分注意を払い，研究を進めてゆきたいと考えている。

【参考文献】 McElwee, Yukler; Sensitivity of groundwater models with respect to variations in transmissivity and storage, WRR 14 (1978), 鈴木; 帯水層係数の推定における相対誤差評価，土木学会中部支部研究発表会概要集，昭55年.

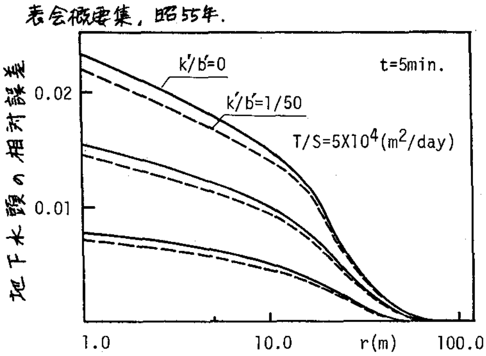

図3. ΔSの変化と相対誤差の関係

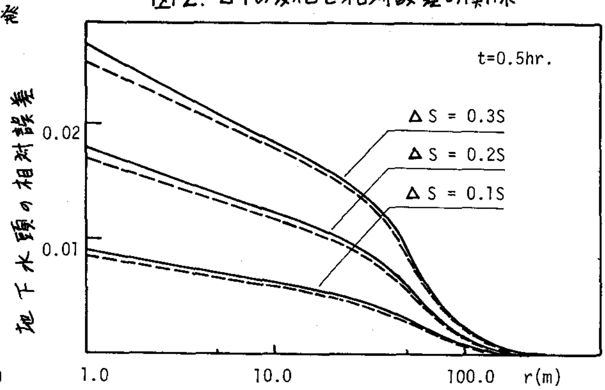

図4. ΔSの変化と相対誤差の関係