

1. まえがき

集水暗きょ等へ向う浸透流量の算定には、浸透領域が簡単な場合については、算定式が示されており、これらが広く用いられている。しかし、これらの算定式の中には、大きな算定誤差を生ずるものがあることも知られている。筆者等はこれまでにも、種々の浸透領域の算定式について検討してきたが¹⁾、本報は図-1のような、下に不透水層のある水平な浸透領域の場合について、浸透流量の簡易算定式を検討したものである。

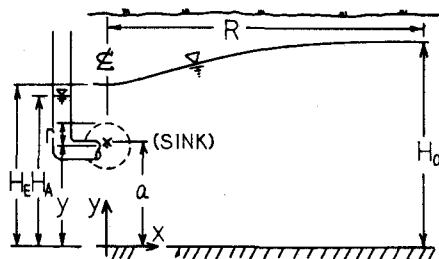


図-1 浸透領域と記号

2. 複素ポテンシャルによる理論解

図-1の浸透流については、すでにポドグラフ法を用いて解析している²⁾。この解析結果の浸透流量算定式は次式の様であった。ここに式-9,10の y_{Au} は暗きょ内が本満水状態の自由地下水面と暗きょ周壁の交点の縦座標である。

$$-R = \frac{Q}{\pi R} \left\{ \frac{(1-n)^3}{(m-1)\pi} \left[2\sqrt{n-a} + \frac{2n(m-n)}{(1-n)\sqrt{n-a}} \right] \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-n}}{\sqrt{n-a}} + \left\{ \frac{n(m-n)}{(1-n)^3} - \sqrt{1-n} \right\} \ln \left| \frac{\sqrt{1-n} + \sqrt{1-n}}{\sqrt{1-n} - \sqrt{1-n}} \right| + \frac{1-a}{2\pi} \int_n^{\beta} \frac{1}{(\xi-a)(\xi-1)} \ln \left| \frac{\sqrt{1-n} + \sqrt{\xi-n}}{\sqrt{1-n} - \sqrt{\xi-n}} \right| d\xi \right\} \quad (1)$$

$$H_0 = (Q/2\pi R) \ln |(\gamma-a)(n-1)/(\gamma-1)(n-a)| + H_E \quad (2)$$

$$H_E = \frac{Q}{\pi R} \left\{ \frac{\sqrt{(1-n)^3}}{m-1} \left\{ \sqrt{1-n} - \frac{n(m-n)}{\sqrt{(1-n)^3}} \right\} + \ln 2 - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1-a}{n-a} \right| \right\} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{(1-n)^3}}{(m-1)\pi} \left\{ \sqrt{n-a} + \frac{n(m-n)}{(1-n)\sqrt{n-a}} \right\} + \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{\sqrt{n-a}}{1-n} - 1 = 0 \quad (4)$$

$$y_c - r = \frac{Q}{\pi R} \left\{ \frac{\sqrt{(1-n)^3}}{(m-1)\pi} \left\{ \sqrt{n-a} + \frac{n(m-n)}{(1-n)\sqrt{n-a}} \right\} \ln \left| \frac{\sqrt{n-a} + \sqrt{n-\beta}}{\sqrt{n-a} - \sqrt{n-\beta}} \right| + \left(2\sqrt{1-n} - \frac{2n(m-n)}{\sqrt{(1-n)^3}} \right) \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{n-\beta}}{1-n} \right) + \frac{1-a}{\pi} \int_0^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{2t \alpha^{\frac{1}{1-\beta}} (1/t) \sqrt{1-n}}{\{(n-a)t^2-1\}\{(1-n)t^2+1\}} dt \right\} \quad (5)$$

$$H_A = (Q/2\pi R) \ln |(\beta-a)(n-1)/(\beta-1)(n-a)| + H_E \quad (6)$$

暗きょ内が本満水状態の場合

$$H_E - (y_c + r) = \frac{Q}{\pi R} \left\{ \frac{\sqrt{(1-n)^3}}{(m-1)\pi} \left\{ 2\sqrt{1-n} - \frac{2n(m-n)}{\sqrt{(1-n)^3}} \right\} \tan^{-1} \frac{\sqrt{n-a}}{1-n} - \left(\sqrt{n-a} + \frac{n(m-n)}{(1-n)\sqrt{n-a}} \right) \ln \left| \frac{\sqrt{n-a} + \sqrt{n-a}}{\sqrt{n-a} - \sqrt{n-a}} \right| + \frac{1-a}{\pi} \int_0^{\frac{\sqrt{n-a}}{1-n}} \frac{2t \alpha^{\frac{1}{1-\beta}} (t/\sqrt{1-n})}{(n-a-t^2)(1-n+t^2)} dt \right\} \quad (7)$$

$$\alpha = \{2a - (1+a)\beta\} / \{(1+a-2\beta)\} \quad (8)$$

暗きょ内が未満水状態の場合

$$-\sqrt{r^2 - (y_{Au} - y_c)^2} = \frac{Q}{\pi R} \left\{ \frac{\sqrt{(1-n)^3}}{(m-1)\pi} \left\{ 2\sqrt{n-a} + \frac{2n(m-n)}{(1-n)\sqrt{n-a}} \right\} \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-n}}{\sqrt{n-a}} + \left\{ \frac{n(m-n)}{(1-n)^3} - \sqrt{1-n} \right\} \ln \left| \frac{\sqrt{1-n} + \sqrt{1-n}}{\sqrt{1-n} - \sqrt{1-n}} \right| + \frac{1-a}{2\pi} \int_n^{\alpha} \frac{1}{(\xi-a)(\xi-1)} \ln \left| \frac{\sqrt{1-n} + \sqrt{\xi-n}}{\sqrt{1-n} - \sqrt{\xi-n}} \right| d\xi \right\} \quad (9)$$

$$y_{Au} - H_E = (Q/2\pi R) \ln |(n-1)(\alpha-a)/(n-a)(\alpha-1)| \quad (10)$$

与えられた境界条件 H_A , r , R , H_0 および y_c について、暗きょ内が満水状態の場合式-1~8, 未満水状態の場合式-1~6 と式-9~10 の、いずれも8式を連立に解くことによって、浸透流量 Q および自由地下水面の最低点の高さ H_E が求まる。この算定結果は、Helsa-Shaw モデルの実験結果とよく一致することを確認されている³⁾。その演算はかなりの煩雑である。

3. 簡易算定式の誘導

いま図-2のような、上下の両方を不透水層で挟まれた帯状の浸透領域内に、円形暗きょが設けられた場合について考える。暗きょ内に流入点と仮想すると、流入点へ向う流れの複素ポテンシャル

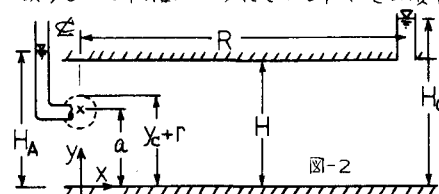


図-2

$$W (= \Phi + i\psi) \text{ は } W = (Q/2\pi) \ln \{ \sinh^2(x+iy) + \sin^2 \alpha \} + C \quad \text{--- (11)}$$

であり、これを $x=R, y=H$ で $\Phi = R H_0$, $x=0, y=y_c+r$ で $\Phi = R H_A$ の境界条件で解くと式-12がえられる。こゝに α は流入点の位置であり、厳密には暗きよの中心点とは異なるが、 r/H が十分に小さい場合には、暗きよの中心点と一致する ($\alpha = y_c$) と考えてよい。ちなみに $y_c/H = 0.5, r/H = 0.05, R/H = 2.0$ の場合について、図2の浸透流量を求めると、 $Q/R(H_0 - H_A) = 0.845$ となり、別の解法³⁾ によって求められた値 0.846 と一致することから、式-12の妥当性が判定できる。この図-2の流れを図-1の流れと比較すると、図-1は自由地下水面の低下分だけ浸透領域が狭くなっている。この浸透領域の違いが浸透流量に影響して、両者の流量の違いとなって現われると考えられる。ここに自由地下水面の低下量 i がえれば浸透領域が狭くなる割合は、 H_A, R の値に大きく影響を受けるので、種々検討の結果、 H の値を式-13の値に置きかえ、これを式-12に適用することによって得た算定結果を、図-1の浸透流量の近似解とする。

$$Q_s = \frac{2\pi R (H_0 - H_A)}{\ln \frac{\sinh^2 \frac{\pi R}{2H} + \sin^2 \frac{\pi \alpha}{2H} - 1}{\sinh^2 \frac{\pi (y_c+r)}{2H} - \sin^2 \frac{\pi \alpha}{2H}}} \quad \text{--- (12)}$$

$$H = H_A + \frac{1 - H_A/H_0}{0.5 + R/H_0} \cdot H_0 \quad \text{--- (13)}$$

4. 理論解および他の算定式との比較

従来の算定式としては次の4式があり、このうち水理公式集には式-15が示されている。また式-16, 17は左右の H_0 の高さが異なる場合について導かれたものであるが、ここでは $H_{0左} = H_{0右}$ において整理した式を示している。

$$Q_D = \frac{R(H_0^2 - H_A^2)}{R} \quad \text{--- (14)}$$

$$Q_F = \frac{R(H_0^2 - H_A^2)}{R} \sqrt{\frac{H_A - y_c + 1.5r}{H_A}} \sqrt{\frac{H_A + y_c - r}{H_A}} \quad \text{--- (15)}$$

$$Q_R = \frac{\pi R (H_0 - H_A)}{\ln \left(\frac{y_c}{4\pi r} \right) + \frac{\pi R}{2y_c}} \quad \text{--- (16)}$$

$$Q_V = \frac{\pi R (H_0 - H_A)}{\ln \left(\frac{y_c}{\pi r} \right) + \frac{\pi R}{2y_c}} + \frac{R \{ (H_0 - y_c)^2 - (H_A - y_c)^2 \}}{R} \quad \text{--- (17)}$$

これらの算定結果を式-1~10の理論解と比較してみよう。これを図-3~5に示す。図中には式-12, 13の算定誤差も示している。互いに比較すると、従来の算定式は境界条件によって、非常に大きな算定誤差を生ずること、および式-12, 13の算定結果が最も理論解に近く、精度良く算定されていることなどわかる。これらの結果から、式-12, 13は従来の算定式に代って、図-1の浸透流量の算定に、実用的に十分な精度で用いるものであるといえよう。なお式-14は、現在は不透水層上に設けられた側壁部だけが流入する箱型暗きよの式として使用されており、この場合、式-14は厳密解となる。

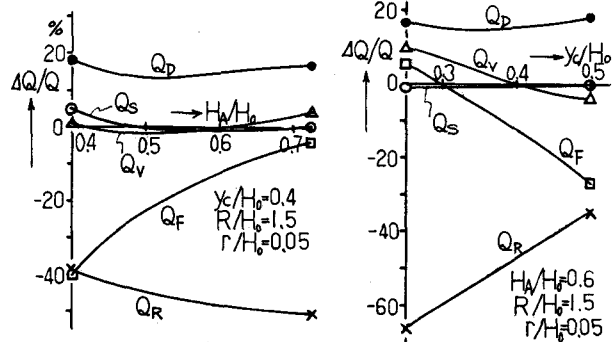


図-3 理論解との比較

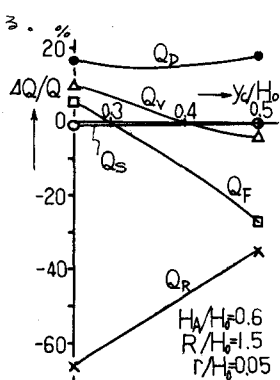


図-4 理論解との比較

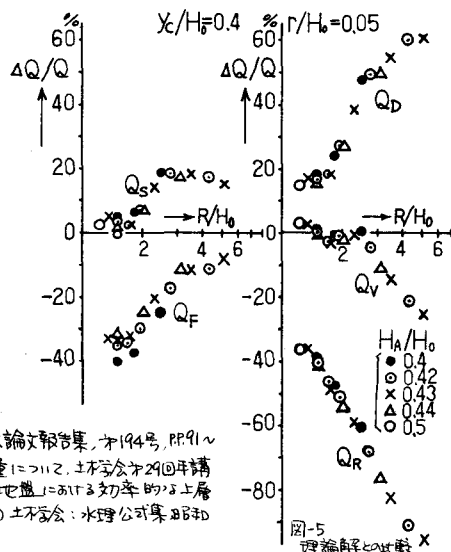


図-5 理論解との比較

参考文献

- 1) たとえば 上田杉庵: 神戸水工 満たされた円形暗きよの取水量について, 土木学会論文報告集, 第194号, pp.91~99, 1971-10
- 2) 杉庵: 自由地下水面をもつ帯状領域内の円形暗きよの取水量について, 土木学会第29回年講概要集第2部, pp.228~229, 1974-10
- 3) 崎山・細川・丑田: 海岸付近の通岸砂層土地盤における効率的な上層取水の方法, 土木学会第29回年講概要集, 第2部, pp.691~692, 1979-10
- 4) 土木学会: 水理公式集 昭和46年度改訂版, pp.376, 技報堂.