II-276　漏水を考慮した２つの被圧帯水層からの揚水による水頭低下の数値解析

東海大学　正会員　○市川　勉
東海大学　正会員　星田義治
川崎市役所　　　　石丸正行

1、まえがき　井戸を用いて地下水を揚水する場合，２つ以上の帯水層から同時に揚水する場合がある。著者らは，すでに，漏水がなく，初期の総水頭が等しい場合，２つの帯水層からの揚水による地下水の非定常流動について，数値解析を行なった。[1),2)] 今回，漏水がある場合の２つの被圧帯水層から地下水を同時に揚水する場合に発生する地下水の非定常流動について，数値解析を行なったので報告する。

2．基礎式の展開と無次元化　以下に述べる基礎式，条件式において，次の仮定を用いる。

i) 上下両帯水層とも水平で均質等方である。ii) 井戸は，下部の帯水層底部まで完全に貫入している。iii) 両帯水層の初期の総水頭は等しい。iv) 地下水の流れは，準一様流の仮定が成立し，Darcyの法則が成立する。v) 上下両帯水層を区切る難透水層では，水平方向の水の流れはなく，漏水は，上下方向にのみ行なわれる。vi) 井戸枠のストレーナは，均等に開孔されている。

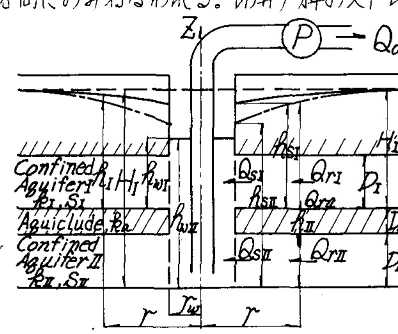

図１　帯水層モデル

図１のように各部の諸元を仮定する。この場合，井戸における連続条件，井戸枠の抵抗を考慮した運動方程式は，以下のようになる。

井戸における連続条件　$(A_w-A_p)\frac{dh_{wII}}{dt}=Q_s-Q_0$　(1)

井戸枠の抵抗を考慮した運動方程式

$Q_{sI}=2\pi r_w K D_I(h_{sI}-h_{wI})^{\frac{1}{2}}$，$Q_{sII}=2\pi r_w K D_{II}(h_{sII}-h_{wII})^{\frac{1}{2}}$ より，

$$Q_s=Q_{sI}+Q_{sII}=2\pi r_w K\{D_I(h_{sI}-h_{wI})^{\frac{1}{2}}+D_{II}(h_{sII}-h_{wII})^{\frac{1}{2}}\}\quad(2)$$

帯水層内の方程式は，運動方程式と連続の式より成り立つ，運動方程式は，以下のようになる。

上部の被圧帯水層　$Q_{rI}=2\pi r h_I k_I\frac{\partial h_I}{\partial r}$　(3)

下部の被圧帯水層　$Q_{rII}=2\pi r h_{II} k_{II}\frac{\partial h_{II}}{\partial r}$　(4)

難透水層　$Q_{ra}=2\pi r k_a(h_I+H_a-h_{II})/D_a$ (単位幅当り)　(5)

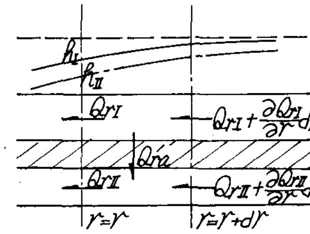

図２　水収支

次に連続の式であるが，漏水は，図２のように上層から下層へ向う方向を正とし，$r=r$ から $r=r+dr$ の範囲における漏水の総量を Q'_{ra} とすると，dr は微小であるから，$Q'_{ra}\doteqdot Q_{ra}\cdot dr$ となるので，連続の式は，以下のようになる。

上部の被圧帯水層　$$\frac{\partial Q_{rI}}{\partial r}=2\pi r S_I\frac{\partial h_I}{\partial t}+2\pi r k_a\frac{h_I+H_a-h_c}{D_a}\quad(6)$$

下部の被圧帯水層　$$\frac{\partial Q_{rII}}{\partial r}=2\pi r S_{II}\frac{\partial h_{II}}{\partial t}-2\pi r k_a\frac{h_I+H_a-h_c}{D_a}\quad(7)$$

(3)式と(6)式を１つにまとめると，

$$\frac{\partial h_I}{\partial t}=\frac{k_I D_I}{r S_I}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h_I}{\partial r}\right)-\frac{k_a}{S_I}\frac{h_I+H_a-h_{II}}{D_a}\quad(8)$$

(4)式と(7)式を１つにまとめると，

$$\frac{\partial h_{II}}{\partial t}=\frac{k_{II} D_{II}}{r S_{II}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h_{II}}{\partial r}\right)+\frac{k_a}{S_{II}}\frac{h_I+H_a-h_{II}}{D_a}\quad(9)$$

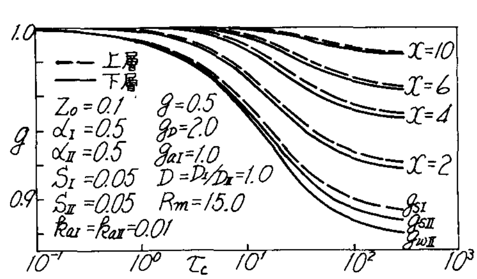

図３　水位降下の時間的変化

(8)式及び(9)式に対する初期および境界条件は，次のようになる。

$$
\left.\begin{array}{ll}
t \leq 0 & ;\ Q_0=0,\ h_I=h_{wI}=h_{sI}=H_I,\ h_{II}=h_{wII}=h_{sII}=H_{II} \\
t>0,\ r=r_w & ;\ Q_0=\text{const.},\ h_I=h_{sI},\ h_{II}=h_{sII} \\
 & \quad (A_w-A_p)\dfrac{dh_{II}}{dt}=Q_s-Q_0 \\
 & \quad Q_s=2\pi r_w K\{D_I(h_{sI}-h_{wI})^{\frac{1}{2}}+D_{II}(h_{sII}-h_{wII})^{\frac{1}{2}}\} \\
r=R & ;\ h_I=H_I,\ h_{II}=H_{II}
\end{array}\right\} \quad (10)
$$

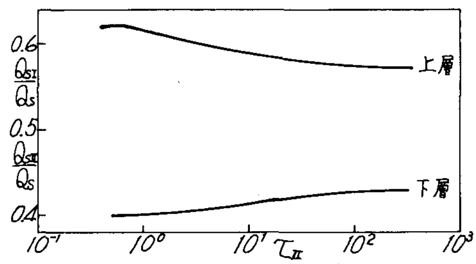

図4　しみ出し量の時間的変化

(3), (4), (6), (7) の各式を (10) 式の条件で解くために、上記の各式を無次元化して数値計算をする。

$g_I=h_I/H_I$, $g_{II}=h_{II}/H_{II}$, $g=H_I/H_{II}$, $g_D=H_I/D_{II}$, $g_{aI}=H_a/H_I$,
$x=\xi=r/r_w$, $y_I=x/\sqrt{\tau_I}$, $y_{0I}=1/\sqrt{\tau_I}$, $k_{aI}=k_a/k_I$, $A=r_w^2/D_I\cdot D_a$, $k_{aII}=k_a/k_{II}$, $B=r_w^2/D_{II}\cdot D_a$, $S_I'=S_{II}/S_I$,
$g_{sI}=h_{sI}/H_I$, $g_{wI}=h_{wI}/H_I$, $g_{sII}=h_{sII}/H_{II}$, $g_{wII}=h_{wII}/H_{II}$, $Z_0=Q_0/(2\pi k_{II}H_{II}D_{II})$, $Z_s=Q_s/(2\pi k_{II}H_{II}D_{II})$, $Z_{sI}=Q_{sI}/(2\pi k_I H_I D_I)$, $Z_{sII}=Q_{sII}/(2\pi k_{II}H_{II}D_{II})$, $Z_I=Q_{rI}/(2\pi k_I H_I D_I)$, $Z_{II}=Q_{rII}/(2\pi k_{II}H_{II}D_{II})$, $\alpha_I=r_w K/(k_I H_I^{\frac{1}{2}})$, $\alpha_{II}=r_w K/(k_{II}H_{II}^{\frac{1}{2}})$, $S_{II}'=S_{II}/(1-A_p/A_w)$, $\tau_I=k_I D_I t/(S_I r_w^2)$, $\tau_{II}=k_{II}D_{II}t/(S_{II}r_w^2)$, $R_m=R/r_w$, $y_{0II}=1/\sqrt{\tau}$, R；涵養半径。

上記の各式を用いると、(1) から (4)、(8) から (10) の各式は、以下のようになる。ただし、(8)、(9) 式は、連立常微分方程式に変数変換を行なう。

$$\frac{dg_{wII}}{d\tau_c}=2S_{II}'(Z_s-Z_0) \quad (11), \quad Z_s=\alpha_{II}\{Dg^{\frac{1}{2}}(g_{sI}-g_{wI})^{\frac{1}{2}}+(g_{sII}-g_{wII})^{\frac{1}{2}}\} \quad (12)$$

$$Z_{sI}=\alpha_I(g_{sI}-g_{wI})^{\frac{1}{2}} \quad (13), \quad Z_{sII}=\alpha_{II}(g_{sII}-g_{wII})^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{dg_I}{d\xi}=\dfrac{Z_I}{\xi} \\
\dfrac{dZ_I}{d\xi}=-\dfrac{y_{0I}^2\xi Z_I}{2}+\xi k_{aI}A\left(g_I+g_{aI}-\dfrac{g_{II}}{g}\right)
\end{array}\right\} (15) \qquad
\left.\begin{array}{l}
\dfrac{dg_{II}}{d\xi}=\dfrac{Z_{II}}{\xi} \\
\dfrac{dZ_{II}}{d\xi}=-\dfrac{y_{0II}^2\xi Z_{II}}{2}-\xi k_{aII}B(g_I g+g_{aI}g-g_{II})
\end{array}\right\} (16)$$

$$
\left.\begin{array}{ll}
\tau_{II}\leq 0, & ;\ g_{wI}=g_{sI}=g_I=1.0,\ g_{wII}=g_{sII}=g_{II}=1.0,\ Z_0=0.0 \\
\tau_{II}>0,\ \xi=1. & ;\ g_I=g_{sI},\ g_{II}=g_{sII},\ \dfrac{dg_{wII}}{d\tau_{II}}=2S'(Z_s-Z_0) \\
 & \quad Z_s=\alpha_{II}\{Dg^{\frac{1}{2}}(g_{sI}-g_{wI})^{\frac{1}{2}}+(g_{sII}-g_{wII})^{\frac{1}{2}}\} \\
\xi=R_m & ;\ g_I=g_{II}=1.0
\end{array}\right\} \quad (17)
$$

3. 数値計算とその結果　数値計算は、(15)、(16) の両式を (17) の条件で行なう。その方法は、Z_0, S_I, S_{II}, α_I, α_{II}, g, g_D, g_{aI}, D, R_m, A_w, A_p, k_{aI}, k_{aII} をデータとして与え、各時間ステップ毎に、(11) 式より、Δg_{wII} を求め、g_{wII}, g_{wI} を決め、(13)、(14) 式より g_{sI}, g_{sII} を決める。これらの値を用いて (15) から (17) 式で Runge-Kutta 法によって、計算して Z_{su}, Z_{sc} を求める。次に、g_{sI}, g_{sII}, g_{wI}, g_{wII} の値を用いて、Z_s を計算する。この一連の計算を Runge-Kutta 法によって計算し、荷重平均を取って、そのステップの計算値とする。この計算結果を示したのが図3、図4である。

4. 結言　3章で述べた方法で計算した結果を見ると、次のことがわかった。

(1) 漏水を考慮した被圧－被圧の2層帯水層機構の非定常流動が数値計算できる。(2) 各帯水層からのしみ出し量が定量的に把握できる。(3) 各帯水層の帯水層定数をおのおのの水位変動のグラフより求めることができる。(4) 漏水量が算定できる。

今後は、仮定 iii) で用いた上下両帯水層の初期の総水頭が等しいという仮定を取り除いた場合、すなわち、揚水初期の段階で、水頭の低い帯水層の方へ水が逆流していく現象について検討したい。

参考文献

1) 市川・星田・前原；"2つの帯水層からの揚水による地下水の非定常流動について" 土木学会第34回年講第II部門, 1979,　2) 星田・濱野・市川・前原；"多層からの揚水による地下水位低下の数値解析", 東海大学紀要工学部, No.1, 1979, PP. 129～134。