

1.はじめに: 密度噴流の乱れ諸量に関する計算例はあまりないと思われる。乱れ諸量についての計算が十分に精度よくできれば、モデルについての検討や拡散過程を理解する上で便利である。ここではLaunderのモデルを主体とした理論を構成し検討する。

2.基礎方程式: Launderのモデルは表-1の通りに与えられる。表-1において u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の乱れ速度; K は乱れエネルギー; ϵ はエネルギー-消散率; β は体積膨張係数; g は重力の加速度; ϕ, ϕ_r, C_T は定数でそれぞれ 0.2, 0.3125, 1.6; u は x 方向の平均流速; ΔT は周囲水よりの上昇水温; $\overline{uw}$ はレイノルズストレス; $\overline{u\Delta T}, \overline{w\Delta T}$ はそれぞれ x 方向, z 方向乱流熱輸送フラックス; $\overline{\Delta T^2}$ は温度の乱れ強度; ところで表-1中における方程式の数は7であるが未知数は9である。 $(u, \Delta T)$ の分布形は与える事にする。) したがって2つの条件を追加せねばならない。1つは乱れエネルギーとエネルギー-消散率の関係を与える(1)式を追加する。ここに C は乱流レイノルズ数の関数 $C = C(Re_t) \cdot K^{3/2} / L$ (1) 数, L は混合距離と等しいとして $L = 0.25h$ とおく、さらに乱れエネルギー K は与える事にする。

以上に与えた乱れ諸量をすべて無次元化する事とし、次の諸量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \overline{u^2} &= \overline{u'^2} / u_c^2, & \overline{v^2} &= \overline{v'^2} / u_c^2, & \overline{w^2} &= \overline{w'^2} / u_c^2, & \overline{uv} &= \overline{u'v'} / u_c^2 \\ \overline{u\Delta T} &= \overline{u'\Delta T'} / u_c \Delta T_c, & \overline{w\Delta T} &= \overline{w'\Delta T'} / u_c \Delta T_c, & \overline{\Delta T^2} &= \overline{\Delta T'^2} / \Delta T_c^2 \\ K_r &= K / u_c^2, & \epsilon_r &= \epsilon h / u_c^3, & L_r &= L / h, & Ri_c &= \beta g \Delta T_c h / u_c^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ここに u_c は軸上流速, ΔT_c は軸上温度である。

3.方程式の解 上記したようなモデルを使用して解を求める事を考えるが、まず、密度差のない噴流の例としてBradburyの実験結果を用いてモデルの妥当性の研究を行なう。次に密度噴流の例として小松・橋の二次元密度噴流の実験結果との比較検討を行なう。

(a)密度差のない噴流の場合の計算方法は K_r を与える事によって表-2に示される手順で行なえる。Bradburyの実験では u の分布形は $u = u_c \exp(\ln 0.5 \cdot \frac{z^2}{h^2})$ で十分に近似できる。乱れエネルギー-分布は図-2に示される実験結果をそのまま与える。また $C(Re_t)$ はBradburyの実験においては Re_t が十分に大きいので $C(Re_t) = 0.2$ と与える。表-2の手順に従って行なった計算の結果は図-3, 図-4に示される通りである。図-3において $\overline{u^2}$ は実験と理論は良く一致している。しかしながら, $\overline{u^2}, \overline{w^2}$ については $1 \leq z/h \leq 2$ の範囲では理論と実験との一致の度合は良いが, $0 \leq z/h < 1$ では悪い、これは理論が拡散項, 移流項を無視している事に起因しているものである。図-4はレイノルズストレスについての比較であるが、両者の一致の度合は非常に良い、これは $\overline{uv}$ が軸近くで精度が悪いにもかかわらず、 du/dz の関数の性質がその矛盾を消去している事による。さらに ϵ_r の見積りの正しさも示している。ここでは示さないが、 $\overline{u'}$, $\overline{w'}$ の相関や、生成項, 消散項についての比較も良い結果を与える。

(b)密度噴流の場合は表-3に示されるような方程式群を繰り返し計算法によ

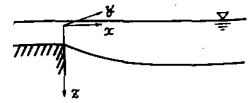


図-1

$$\begin{aligned} \overline{u^2} &= \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\phi\right) K + \phi \frac{K}{\epsilon} (2\beta g \overline{w\Delta T}) \\ \overline{v^2} &= \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\phi\right) K \\ \overline{w^2} &= \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\phi\right) K - \phi \frac{K}{\epsilon} (2\beta g \overline{w\Delta T}) \\ \overline{uw} &= -\phi \frac{K}{\epsilon} \left(\overline{w^2} \frac{du}{dz} + \beta g \overline{\Delta T}\right) \\ \overline{w\Delta T} &= -\phi_r \frac{K}{\epsilon} \left(\overline{w^2} \frac{d\Delta T}{dz} + \beta g \overline{\Delta T^2}\right) \\ \overline{u\Delta T} &= -\phi_r \frac{K}{\epsilon} \left(\overline{u^2} \frac{d\Delta T}{dz} + \frac{1}{2} \overline{w\Delta T} \frac{du}{dz}\right) \\ \overline{\Delta T^2} &= C_r \frac{K}{\epsilon} \overline{w\Delta T} \frac{d\Delta T}{dz} \end{aligned}$$

表-1 Launderのモデル

$$\begin{aligned} \overline{u^2} &= 0.94 K_r, & \overline{v^2} &= 0.53 K_r, & \overline{w^2} &= 0.53 K_r \\ \frac{K_r}{\epsilon_r} &= \frac{L_r}{C(Re_t)} \frac{1}{K_r^{1/2}} \\ \frac{du}{dz} &= -0.5 \frac{K_r}{\epsilon_r} \frac{d\overline{u^2}}{dz} \end{aligned}$$

表-2 密度差のない噴流の場合の計算手順

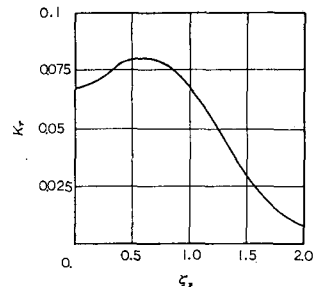


図-2 Bradburyの実験における乱れエネルギーの値

て解き、誤差が一定程度まで小さくなるまで計算を行ない解を得る。この計算を種々の条件のもとに行なってみると du_r/dz_r , $d\Delta T/dz_r$ の小さい所で解が振動、発散を起こす事がある。これを避ける為には[]のついた項を無視して計算を行なう事にすれば確実に解を得る事ができるが、その為にはある条件の基に[]のついた項がその他の項と比較して無視しうる事が必要である。

以上述べた密度噴流モデルと小松、椿の実験結果との比較を行なう。小松、椿の実験は長さ5.5m、高さ1.5m、幅0.15mの透明アクリル製水路で、静止した塩水の表面に淡水を厚さ2cmのスリットから出口流速10cmで噴出させて行なわれた。理論との比較に使用された実験例は放出レイノルズ数0.053の場合である。 $C(Ret)$ は乱れレイノルズ数の推定より $C(Ret)=0.4$ とおき、流速・温度分布(濃度分布からの換算値)は(3)式の様におく事にする。この分布

$$u/u_c = \exp(-\zeta^2/2), \quad \Delta T/\Delta T_c = \exp(-\zeta^2/2) \quad \text{----- (3)}$$

形は実験との比較において、流速分布については十分精度が良いが、温度分布については、そのすそ部分で問題がある。また乱れエネルギー K_r は $\overline{u^2}$, $\overline{w^2}$ の値から推定した。このようにして計算された $\overline{u^2}$, $\overline{w^2}$, $\overline{\Delta T^2}$ についての実験値と計算値の比較を図5、図6、図7に示した。図中●は実験点、破線は[]の項を無視しない場合の計算値、実線は[]の項を無視した場合の計算値である。破線と実線の差はそう大きくないとも言える。なお、破線が下方で切れているのはそれより下では解が振動して結果が得られなかったためである。これらの比較よりここで行なったような計算方法によって噴流中の乱れ諸量の計算が十分可能であると言える。

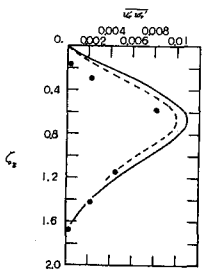


図-5

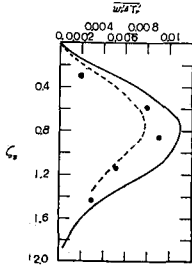


図-6

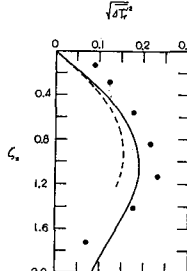


図-7

4. おわりに: 本モデルの計算において(1)式の仮定が計算結果に大きな影響を与える。同式中の $C(Ret)$ を0.2とおいた事によってBradburyの実験結果との一致の度合は良いし、 $C(Ret)=0.4$ とおいた事によって小松、椿の実験との比較は良好である。さらに本モデルにおいては K_r を与えねばならないが、この点を避ける為に種々試みたが結果はあまり良くなかった。もちろん K_r , ϵ_r についての輸送方程式を独自に立て別途に解いてやれば良いが、それでは煩雑になるし従来の計算方法と同様に拡散係数や渦動粘性係数の仮定を必要とする。それゆえここでは K_r を与へ ϵ_r と K_r を結び(1)式を利用した。ここに示した方法によっても K_r についての相似性の仮定などを利用する事ができれば拡散モデルに十分に組み込んでゆく事ができる。

参考文献: Launder, B. E., JFM. Vol. 67 PR 569-581, 1975: Bradbury, L. J. S., JFM, Vol. 23 PP 31-64, 1965: McGuirk, J. J., Rodi, W., Proc. of ICHMT Seminar on Turbulent Buoyant Convection, 1976: 椿東一郎、小松利光, 土木学会論文報告集, 第268号, PP. 63-74, 1977

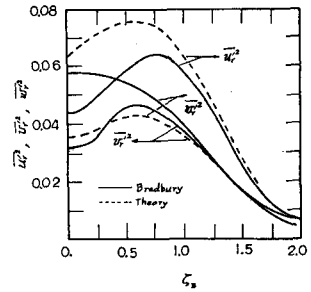


図-3 理論と実験との比較

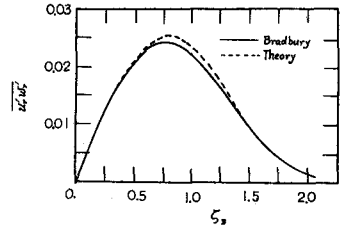


図-4 理論と実験との比較

$$\begin{aligned} K_r &= C(Ret) K^{3/2} / L_r \\ \epsilon_r &= C(Ret) K^{3/2} / L_r \\ \overline{u^2} &= \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\phi\right) K_r - [2 R_{\epsilon} \frac{K_r}{\epsilon_r} \frac{dK_r}{dz_r}] \\ \overline{w^2} &= \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\phi\right) K_r \\ \overline{\Delta T^2} &= \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\phi\right) K_r - [2 R_{\epsilon} \frac{K_r}{\epsilon_r} \frac{dK_r}{dz_r}] \\ \overline{u^2} \overline{w^2} &= -\phi \frac{K_r}{\epsilon_r} \left(\overline{u^2} \frac{d\Delta T}{dz_r} + [R_{\epsilon} \frac{u^2 \Delta T}{\epsilon_r}] \right) \\ \overline{w^2} \overline{\Delta T} &= -\phi \frac{K_r}{\epsilon_r} \left(\overline{w^2} \frac{d\Delta T}{dz_r} + [R_{\epsilon} \frac{w^2 \Delta T}{\epsilon_r}] \right) \\ \overline{u^2} \overline{\Delta T} &= -\phi \frac{K_r}{\epsilon_r} \left(\overline{u^2} \frac{d\Delta T}{dz_r} + \frac{1}{2} \overline{u^2} \frac{d\Delta T}{dz_r} \right) \\ \overline{\Delta T^2} &= -\phi \frac{K_r}{\epsilon_r} \left(\overline{\Delta T^2} \frac{d\Delta T}{dz_r} + [R_{\epsilon} \frac{\Delta T^2}{\epsilon_r}] \right) \\ \text{PRINT: } &\overline{u^2}, \overline{w^2}, \overline{\Delta T^2}, \overline{u^2} \overline{w^2}, \overline{u^2} \overline{\Delta T}, \\ &\overline{w^2} \overline{\Delta T}, \overline{\Delta T^2}, \epsilon_r, \\ &\frac{\overline{u^2} \overline{w^2}}{\overline{u^2} \overline{\Delta T}}, \frac{\overline{u^2} \overline{\Delta T}}{\overline{u^2} \overline{w^2}} \end{aligned}$$

表-3 密度噴流の場合の計算手順