

II-196 開水路流れにおける輸送過程について

京都市大学大学院 学生員 戸田 圭一
 京都市大学工学部 正員 岩佐 義朗
 京都市大学工学部 正員 綾 史郎

1. はじめに; 開水路流れにおける輸送機構を論じる際には、従来より乱流拡散方程式に一次元解析法を適用して得られる移流分散方程式がよく用いられているが、観測される分布形は、方程式を解いて得られる解から歪んでいる。このような事実にかんがみ、本報は、Lagrange 的立場から移流分散現象をとらえ、濃度～時間曲線の、 Γ (ガンマ) 分布による近似の適合性について検討した。

2. 移流分散現象の Lagrange 的取り扱い; 一様水路における移流分散現象は、Taylor の乱流拡散理論が適用できる場合がある、と考えられる。即ち、移流分散では、Euler 的 velocity 場は流れ方向に一様であるが、流体粒子が断面内を不規則に移動し、結果として、粒子の得る Lagrange 的 velocity 場が不規則となる。また、アンサンブル平均は、瞬間面源投入、および断面平均操作によって実現されると考えられる。粒子放出後、十分流下が進むと、その波形 (あるいは、粒子の位置に関する確率密度関数 (P.D.F.) が、ガウス分布に漸近することは、中心極限定理の教えるところであるが、現実の開水路流れにおける観測では、ガウス分布の波形が観測された例はない。この理由としては、二つ考えられる。即ち、Lagrange 的 velocity 場の生起確率が、ガウス分布から隔たっていること、および、Lagrangian integral scale T_L が長いこと、粒子の得る速度が、速度場の母集団分布の影響を強く受け、中心極限定理によって示されるような、中心の傾向を未だ示さないことによると考えられる。Euler 的 velocity と、Lagrange 的 velocity の間には、平均流速を動かしている座標系からみたととき、流れ方向の流速について、乱れの効果を無視すると、

$$v(x, t) = u(x(x, t)) - \bar{u} = u'' \quad (1)$$

の関係があるから、移流分散現象における Lagrange 的 velocity の生起確率 (粒子の体得する速度の確率) に関する P.D.F. は、 $f(v) = dF/dv$, $F(v) = \text{Prob}[V \leq v]$ (2) であり、(1) 式の関係より、Euler 的 velocity 場との関係は、 $F(u'') = A_1(u'')/A$ (3) である。ここに A_1 は、確率変数 u'' が u 以下となる Euler 的 velocity 場の面積であり、 A は流積である。

McQuivey, Keffer (1976), Sayre (1977), 島田 (1980) は、対数則を持つ流速場に対して、(2) 式で定義される P.D.F. が指数分布であることを、このとき得られる $C \sim x$ 曲線が Γ 分布であることを示した。彼等の方法では、現象を偶然累加現象とみるため、Taylor (1921) が示したような、連続運動による拡散の特性を失っているが、濃度

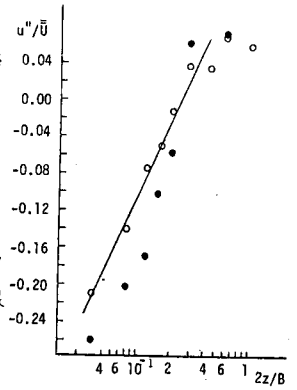


図 1

波形の、ガウス分布への漸近過程における分布形として、 Γ 分布 (パラメーターの取り方によりガウス分布へ漸近する。) の適用性を示唆するものと言えよう。本研究では、より直接的に、実験より得られた濃度波形のパラメーターより、 Γ 分布のパラメーターを推定し、波形の適合性について検討するとともに、水理量よりこれらのパラメーターの推定法について検討する。

すなわち、 Γ 分布近似; 正規化した濃度～時間曲線の立ち上がり時刻を t_1 とし、波形が $C = t - t_1 \approx 20$ の Γ 分布に近似されると考えると、

$$F(x) = \frac{(\lambda x)^k}{\Gamma(k)} \exp(-\lambda x) \quad (4)$$

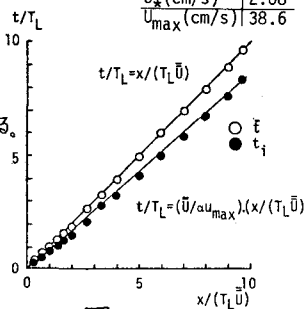


図 2

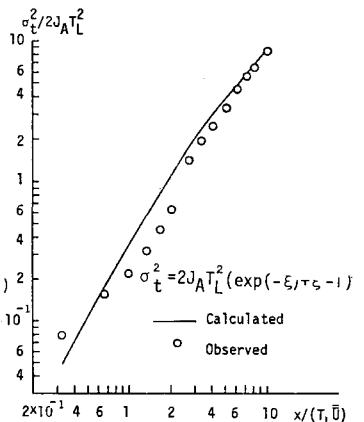


図 3

平均値 \bar{c} , 分散 σ_c^2 と、観測された、濃度~時間曲線における \bar{c} , σ_c^2 の関係は、 $\bar{c} = (\bar{c} - c_i) = \frac{1}{\lambda \tau} (\tau \geq 0)$ (5)
 $\sigma_c^2 = \sigma_c^2 = \frac{1}{\lambda \tau}$ (6) であり、 τ を定めることにより、波形は決定される。これを τ で表わすと、

$$F(t) = \frac{(\lambda \tau)^k}{\Gamma(k)} (\tau - t_i)^{k-1} \exp\{-\lambda(\tau - t_i)\} \quad (\tau \geq t_i) \quad (7)$$

4. 実験データへの適用; 筆者らの実験の水理量を、表1に示す。水深方向に平均化された流速分布は、図1に示すように対数則に従うと考えられる。図2に、流下距離 x と、 \bar{c} , および σ_c^2 との関係を、 τ と \bar{u} を用いて無次元化したもので示した。これより、 $\bar{c}/\tau = \alpha / (\tau \bar{u})$ (8) $t_i/\tau = \{\bar{u} / (\alpha U_{max})\} \cdot \{\alpha / (\tau \bar{u})\}$ (9) が成立する。

{ α : 乱れの効果を考慮に入れて定められる定数, ($\alpha = 1.1$), U_{max} : 断面内の最大流速} ここに τ は、測定された分散係数より次式によって求めた。 $\tau = D/J_A \bar{u}^2$, $J_A = \frac{1}{A} \int (\frac{u}{\bar{u}} - 1)^2 dA$ (10) $F(1/t)$ $\tau_L = 8.24(\text{sec})$ $J_A = 0.0246$

同様に、 σ_c^2 との関係も無次元化して表わしたものが図3であり、Lagrange相関の一般的性質を満足する内挿式として、指数関数を用いた次式による近似が可能である。 $\sigma_c^2 = 2 J_A \tau^2 \{ \exp(-J) + J - 1 \}$, $J = \alpha / (\tau \bar{u})$ (11)

(8)(9)(11)より、 τ 分布のパラメーター λ , τ , \bar{u} , α U_{max} , J_A の値から定まり、任意の断面での濃度~時間曲線の予測が可能となる。筆者らの実験の、3つの断面に適用した結果が、図4(a)(b)(c)である。(a)(b)(c)は、Fischer⁴⁾による領域区分では、それぞれ、移流域、遷移域、分散域に属するが、いずれの場合においても(7)は、濃度波形の非対称性をよく表わしており、精度は良い、と言えよう。

5. 実河川への適用: 実河川での観測値に(7)を適用することとを試みた。採用したデータは、Godfrey-Frederick⁵⁾によるTest 1およびTest 8であり、弯曲など河川形状の変化の少ない河川である。この場合、 σ_c^2 の明確な予測が困難であるため、

先づ、観測値より得られる \bar{c} , σ_c^2 を用いてパラメーター λ , τ を定め、 τ 分布の適用性を調べた。その結果が図5(a)(b)(c)である。Test 8のSection 4以外は、きわめて良い波形の再現を手えており、 $f(t)$ の指数分布形近似が、かなりの適合性を有することが示唆される。

6. おわりに: (7)が実験データに対し $F(1/t)$ で有用な予測式であることを得、これを実河川に適用した。今後、多くの実河川データを解析して τ 分布の適用性を明らかにするとともに、 σ_c^2 の挙動を明確にする必要がある。これは τ の値と大いに関連があり、 τ および α の値の推定が重要となる。この点に関しては現在、検討中である。

<<参考文献>>

- (1) McQuivey, Keefer ASCE vol 102 HY10 1976
- (2) Sayre, W. W. ASCE vol 103 HY7 1977
- (3) 島田 晋 第24回水理講演会論文集 1980
- (4) Fischer H. B. Report No KH-R-12 CALTEC 1966
- (5) Godfrey, Frederick U.S.G.S. 433-K 1970

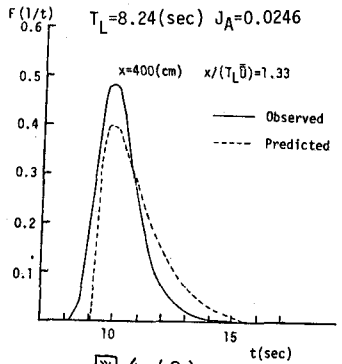


図4(a)

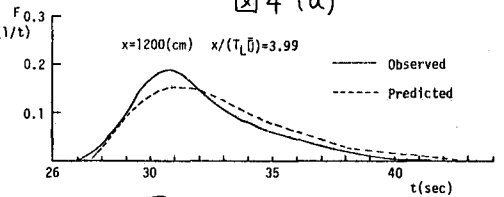


図4(b)

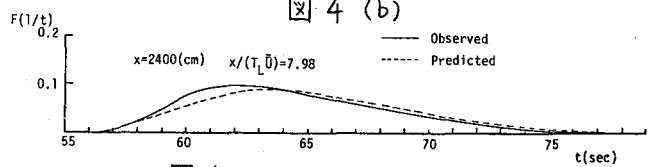


図4(c)

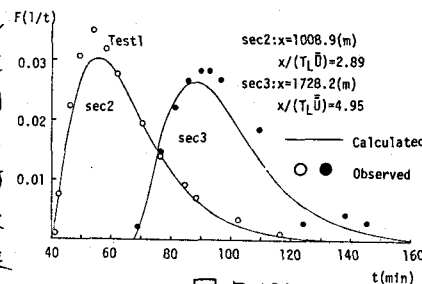


図5(a)

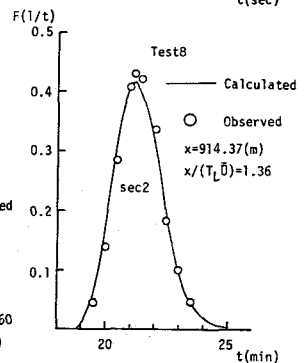


図5(b)

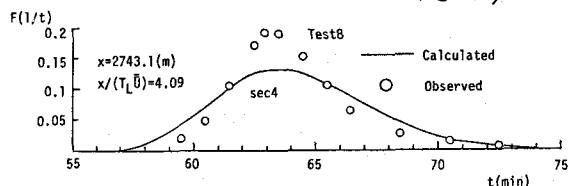


図5(c)