

秋田大学 正員 石井 千万太郎

1. はじめに はく離を生じる流れの場を解析するには、主流域とはく離領域を区分するはく離流線の決定が特に重要である。本研究の対象とする流れのはく離流線に対する従来の研究では、自由流理論が利用されて

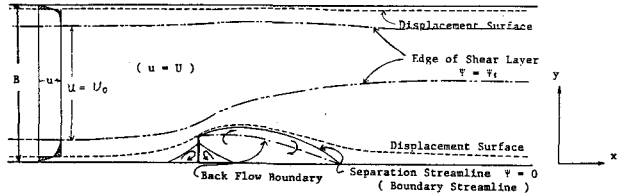


図-1 平板周辺の流れ

いるが、そのいずれも実際の流れとの対応を明らかにしていない。またその解析モデルから得られる自由流線は、下流に reattach しないなど、実際のはく離流線とは大きく異なっている。そこで本文では、流れをポテンシャル流れとして解析するための新たな解析モデルを提案しており、そのモデルと実際の流れとの関連を明確に定義している。また解析モデルから得られる流線が実際の流れを十分に近似することのできるかどうかを検討している。

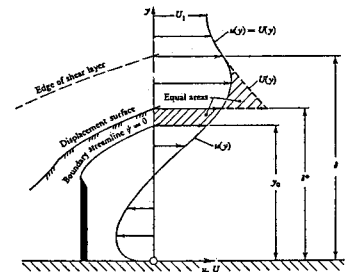


図-2. 排除厚 δ_* の定義 (参考文献1から)

2. 実際の流れと仮想ポテンシャル流れとの関連 図-1に示されるように、側壁付近と平板周辺の一部を除いた流れの主流部は非回転運動のポテンシャル流れと見なすことができる。そこでその部分の流れを表わすことのできる複素速度ポテンシャル $w_* = \phi_* + i\psi_* = f(z)$ とし、 $\psi_* = 0$ をこの仮想の流れの境界を示す流線、 (x, y_*) をその座標とする。一方、図中に実線で示した実際の流れの境界流線 $\psi = 0$ の座標を (x, y_0) とすると、 y_0 は $\int_{y_0}^{y_0} u dy = 0$ — (1) (ここで u : 実際の流れの x -方向速度成分) で定義される。こうしたとき、非せん断層の流れの主流部が複素速度ポテンシャルで表わされた流れと一致するには、その流れの境界を示す y_0 と y_* には次式の関係が成立しなければならない。 $y_* = y_0 + \delta_*$ — (2) ここで δ_* は境界層の排除厚を示し、本ケースのように流れが加速されているときには、次式の定義が用いられる。(図-2) $\int_{y_0}^{y_0+\delta_*} u dy = \int_{y_0+\delta_*}^{\infty} (U-u) dy = \int_{y_0+\delta_*}^{y_1} (U-u) dy$ — (3)

(ここで U : 仮想のポテンシャル流れの x -方向速度成分 $y_1 (x, y_1)$ はせん断層外縁の座標を示す。)

以上より、本ケースの流れに複素速度ポテンシャルを利用するには、その流れの境界として実際の流れの境界に(3)式で定義される排除厚 δ_* を加えたものを境界とする必要がある。しかしながら、今求めているのは平板の先端から出発するはく離流線である。そこで平板先端部を含む平板上流では、排除厚 δ_* を適当に与え、平板下流については自由流理論が適用できるものとする、流線 $\psi_* = 0$ を求めることのできる。そして $\psi = 0$ の流線は δ_* が与えられると(2)式から決定される。

3. ポテンシャル流れとしての解析モデル 上述

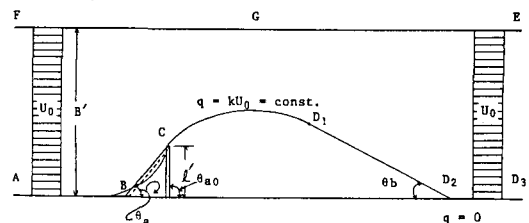


図-3 物理平面

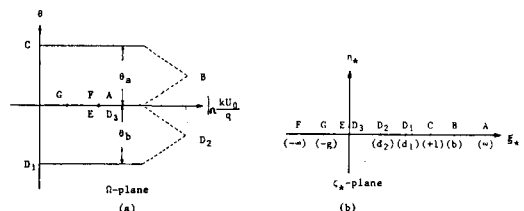


図-4 速度平面と補助平面

の仮定のポテンシャル流れの平板下流の境界を示す $\psi_* = 0$ の流線は、図-3の解析モデルを用いて計算する。この解析モデルの要点を以下に示す。1) 水路幅 B は平板上流の流速分布から計算される排除厚分だけ差し引かれた幅で与えられる。2) 平板の長さは水路幅 B の減少、平板先端での排除厚を考慮して修正された長さ l' とする。3) 平板前面にははく離領域が形成されるため、平板上流の境界を仮定の平板の先端を一端とする平板側壁と θ_a なる角度の直線状の境界としている。4) 仮定平板の先端 C から出発する流線 CD_1 は、 CD_1 の $q = KU_0 = \text{const.}$ (U_0 : 平板上流一様流部流速) の速度をもつ流線と、 $D_1 D_2$ のその流線上の速度が D_1 点の $q = KU_0$ から D_2 点の $q = 0$ まで減少する $\theta = -\theta_0 = \text{const.}$ の直線状流線とで構成されている。そして流速係数 K および流線 CD_1 の長さ l' があらかじめ与えられているものとし、 θ_0 については解析の中で決定される未知量としている。〔要点4)は下流側に reattach する流線を得るために仮定されている。〕

4. 解析 図-3の物理平面に対して、図-4(a)の速度平面、図-4(b)の補助平面を利用し、等角写像・自由流線理論を応用すると、流線 CD_1 の座標 (x_F, y_F) について、

$$\frac{x_F}{l} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{B'}{l'} \right) \int_{\xi_*}^1 \frac{\cos \left\{ \frac{1}{\pi} (B_1 \theta_a + B_2 \theta_0) - \theta_0 \right\}}{\xi_*} d\xi_* \quad \text{ただし} \quad \left. \begin{aligned} \beta_1 &= \tan^{-1} \frac{(b-1)(\xi_*-d_1)}{(b-d_1)(1-\xi_*)} \\ \beta_2 &= \tan^{-1} \frac{(1-d_2)(\xi_*-d_1)}{(d_1-d_2)(1-\xi_*)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\frac{y_F}{l} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{B'}{l'} \right) \int_{\xi_*}^1 \frac{\sin \left\{ \frac{1}{\pi} (B_1 \theta_a + B_2 \theta_0) - \theta_0 \right\}}{\xi_*} d\xi_* \quad (5)$$

$$(0 \leq \beta_1, \beta_2 \leq \frac{\pi}{2}) \quad (1 \geq \xi_* \geq d_1)$$

となり、 ξ_* を積分変数とする自由流線の式が得られた。解析モデルのところで述べたように、 $K, \lambda, B'/l', \theta_a$ は平板前面の流線の条件その他により

与えられるものとして、(4)~

$$\ln k = + \frac{2\theta_a}{\pi} \ln \frac{\sqrt{b-1} + \sqrt{b-d_1}}{\sqrt{1-d_1}} - \frac{2\theta_0}{\pi} \ln \frac{\sqrt{1-d_1} + \sqrt{d_1-d_2}}{\sqrt{1-d_1}} \quad (7)$$

(b) 式から流線 $CD_1 D_2$ を計算するには $\theta_b,$

$$= - \frac{2\theta_a}{\pi} \ln \frac{\sqrt{d_1(b-1)} + \sqrt{b-d_1}}{\sqrt{b(1-d_1)}} + \frac{2\theta_0}{\pi} \ln \frac{\sqrt{d_1(1-d_2)} + \sqrt{d_1-d_2}}{\sqrt{d_2(1-d_1)}} \quad (8)$$

b, d_1, d_2 を求める必要があるが、それらは(7)~(10)式で与えられる。(7)~(8)式は、 A 点と D_2 点の Ω -平面と ξ_* -平面の対応から、(9)式と(10)式は、それぞれ

$$\frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{B'}{l'} \right) \left\{ \frac{\sqrt{(b-1)(\xi_*-d_1)} + \sqrt{(b-d_1)(\xi_*-1)}}{\sqrt{(1-d_1)(b-\xi_*)}} + \frac{2\theta_a}{\pi} \right\} \times \left\{ \frac{\sqrt{(1-d_2)(\xi_*-d_1)} + \sqrt{(d_1-d_2)(\xi_*-1)}}{\sqrt{(1-d_1)(\xi_*-d_2)}} \right\} - \frac{2\theta_0}{\pi} \frac{d\xi_*}{\xi_*} = 1 \quad (9)$$

$\widehat{BC} = l', \widehat{CD_1} = \lambda l'$ の条件から得られる。 $d_1 = \exp \{ -\pi K \lambda / (B'/l') \}$ (10)

5. 数値計算例 上述の(4)~(10)式は解

析的に解かれるため、数値計算により解

かれる。図-5は $\lambda = 7.0, B'/l' = 10.0,$

$\theta_a = 60^\circ$ のケースについて得られた結果で

ある。このとき、解が存在する K は 1.283

から 1.327 の範囲にある。さらに図-6

は室内実験水路で得られた実験結果の一例

($B/l = 10.0, Re = Umh/\nu = 7500, Fr = 0.39, d/l$

$= 0.5$) であるが、図には実験の $\psi = 0$ のはく離流

線と、図-5の曲線のうち、 $K = 1.327$ に対する計算流

線とが描かれている。これらは直接対応するもの

ではないが、その相似性から提案された解析モデル

が一応現実性があるとも見てよいであろう。

参考文献 1. Good, H., C. and Joubert, P. N., "The form Drag of two-dimensional bluff plates immersed

in turbulent boundary layers" J. Fluid Mech. (1969), vol. 31, part 3, pp. 547-582

2. 佐々木孝治郎: 等角写像の応用 理工社

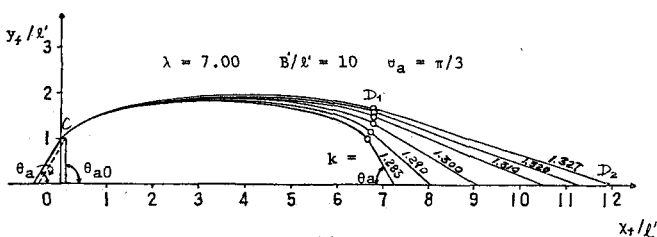


図-5 流線 $CD_1 D_2$ の計算例

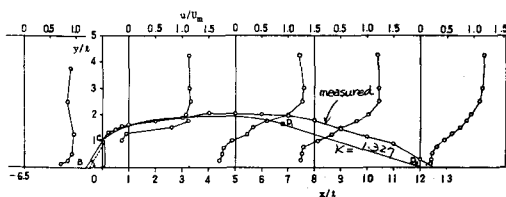


図-6 流速分布およびはく離流線