

鹿島建設(株) 正員 奥津一夫
 東京工業大学 正員 福岡健二
 東京電力(株) 正員 伊東雅幸

1. はじめに 著者らは昨年¹⁾、流れをポテンシャル流れで近似し河床面に非平衡流動層を考え、流砂の運動を力学的に記述する関係式を求めた。さらに、この関係式と流砂の連続条件より河床波の発生領域を算定した。ここでは、流れを二次元開水路方程式で記述し同様な解析を行なう。さらに、昨年度は実験的にのみしか求まらなかった流動層の非平衡性を表わすパラメータを解析的に決定することを試みる。

2. 基礎方程式ならびに河床波と流動層界面を規定する境界条件 流動層の運動方程式、流砂の連続式、流れの運動方程式、流れの連続式はそれぞれ①②③④式で与えられる。

$$\rho_s \left\{ \frac{\partial q_{BB}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{BB}^2}{\alpha} \right) - \left(\frac{q_{BB}}{\alpha} \right)^2 \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right\} = \tau_0 - \tau_b + \rho_s g \alpha \sin \theta - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_w g h \alpha + \frac{\rho_s g}{2} \alpha^2 \right) \cos \theta \quad \dots\dots ①$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(x + \frac{\alpha}{1-\lambda} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_{BB}}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots ②$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_s^2}{2g} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(z + \frac{\alpha}{1-\lambda} + h \cos \theta \right) + \frac{\partial h_e}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots ③$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots ④$$

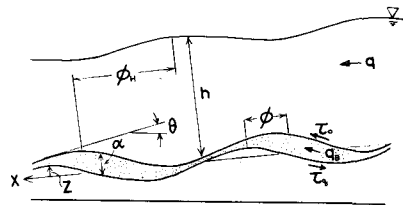


図1 物理量の定義

前報では流動層と河床波の位相差 ϕ とそれらの初期振幅の比 γ が河床波発生の重要なパラメータであることを明らかにしたが、流動層と河床面の境界を表わす条件が考慮されていなかったため ϕ, γ を実験的に決めざるを得なかった。そこで、 ϕ, γ を解析的に決めるため以下のような境界条件を導入する。図2に示すように流動層と河床面の境界を構成する一連の砂粒子は侵食され流動層内を半波長だけ流下した後下流側の河床面上に堆積を起こし、その結果、河床波はたえず形を変えずに一定速度で移動すると考える。上流側で侵食された一連の砂粒子が下流側の河床面上に堆積すると河床波は近似的に ds だけ移動したことになる。一方、砂粒子が移動するのにかかる時間 (Δt) は砂粒子の移動速度 (v_s) と波長 (L) を用いて $\Delta t = L/2/v_s$ で記述することができる。 v_s は流動層厚と流砂量より $v_s = q_{BB}/\alpha$ で定義されるので、河床波の波速 (C) は ds, L, q_{BB}, α を用いて次のように表わせる。

$$C \doteq \frac{ds}{\Delta t} = \frac{2ds}{L} \frac{q_{BB}}{\alpha} = \frac{2ds}{L} \frac{q_{BB0}}{\alpha_0} \left(1 + \frac{q_{BB}'}{q_{BB0}} - \frac{\alpha'}{\alpha_0} \right) \quad \dots\dots ⑤$$

ここで、 q_{BB0}, α_0 は流砂量、流動層厚の平均値、 q_{BB}', α' はその変動量である。河床波は一定速度で移動するので、⑤式中の \sim 印の変動項は0でなければならぬ。よって、④式が成立する。

$$\frac{q_{BB}'}{q_{BB0}} - \frac{\alpha'}{\alpha_0} = 0 \quad \dots\dots ⑥ \quad z = u_0 e^{i\omega t} \sin \pi(x-ct) \quad \dots\dots ⑦$$

⑥式が流動層と河床面との運動学的境界条件である。

初期河床形状として⑦式を正弦波形を想定する。①～④式の結量を平均量と変動量に分け線形化を行ない、さらに⑥式を考慮することにより初期河床波の発達・減衰を表わすパラメータ (ω) 、移動方向を表わすパラメータ (C) は次頁のように求まる。

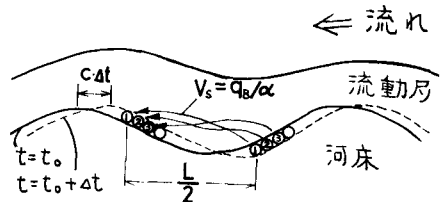


図2 河床波と流動層の境界面

を規定する条件

$$w = Nr \tan \phi / \Sigma_0^2 \dots \textcircled{8} \quad C = Nr(\gamma + \cos \phi) / \Sigma_0^2 \dots \textcircled{9} \quad \Sigma_0 = 1 + 2r \cos \phi + r^2$$

ここで

$$\gamma = K \sqrt{\frac{(g_1 I_1 + g_2 I_2 + f_2 A_2)^2 + (g_2 I_1 - g_1 I_2 + f_1 A_2)^2}{\{1 - K(g_1 I_2 - g_2 I_1 + A_1 f_1)\}^2 + K^2(g_1 I_1 + g_2 I_2 - A_1 f_2)^2}} \dots \textcircled{10}$$

$$\phi = \text{Arc Tan} \left\{ \frac{-(g_1 I_1 + g_2 I_2 + f_2 A_2)\{1 - K(g_1 I_2 - g_2 I_1 + A_1 f_1)\} - K(g_2 I_1 - g_1 I_2 + f_1 A_2)(g_1 I_1 + g_2 I_2 - A_1 f_2)}{-K(g_1 I_1 + g_2 I_2 + f_2 A_2)(g_1 I_1 + g_2 I_2 - A_1 f_2) - (g_2 I_1 - g_1 I_2 + f_1 A_2)\{1 - K(g_1 I_2 - g_2 I_1 + A_1 f_1)\}} \right\} \textcircled{11}$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= E \kappa (2N - C), f_2 = (E w + 1 + 2/J), A_1 = E(2N^2 - F^2 / F_0 - 1/G), A_2 = E / (1 - \lambda) G, I_1 = \kappa (F_0 - 1 - M \sin \theta_0) \\ I_2 &= \kappa (F_0 - 1) \sin \theta_0 + M, I_3 = M^2 + \kappa^2 (F_0 - 1)^2, K = \kappa / N (f_1^2 + f_2^2), \quad \gamma' = f_2 / f_w \end{aligned} \right\} \textcircled{12}$$

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \{F'E \kappa f_2 / (1 - \lambda) G - 6 \eta f_1\} / I_3, g_2 = \{6 \eta f_2 + F'E \kappa f_1 / (1 - \lambda) G\} / I_3 \\ F_0 &= \frac{U^2}{2g h_0 \cos \theta_0}, M = \frac{U_0^2}{2g \cos \theta_0} \left(3 \frac{f_1'}{h_0} + 4 \frac{f_2'}{B} \right), G = \frac{U_0^2}{g \alpha_0}, J = \frac{F_w}{F_s} f_b' / \frac{U_0^2}{g \alpha_0 \sin \theta_0} \quad B: \text{水路巾} \\ E &= 6 \frac{F_s}{P_0} \frac{g b_0}{U_0 h_0} \frac{1}{f_b'}, N = \frac{g b_0}{U_0 \alpha_0}, \eta = \frac{f_b'}{1 - \lambda} \frac{F_w}{F_s} E \end{aligned} \right\} \textcircled{13}$$

3. 河床波の発生領域 河床波の判定条件は⑩⑪式の正負ならびに水面波と河床波の位相差 ϕ_H である。

- $w > 0, C < 0, \phi_H \approx 0 \rightarrow$ 上流に移動する反砂堆
- $w > 0, C > 0, \phi_H \approx 0 \rightarrow$ 下流に移動する反砂堆
- $w > 0, C > 0, \phi_H \approx \pi \rightarrow$ 砂堆

w, C の正負を判定するパラメータは、 F_0, M, G, J など水理条件により決まるものの他に水理条件と流砂量の関係から求まる E, N がある。(⑬式参照) E, N は流砂の慣性効果を表わすパラメータであり、 ϕ, γ を決定するうえで重要な役割を果たす。そこで、この E, N の値と河床形状の関係を実験により調べ、その結果に基づいて各河床波の発生領域を求める。図3は上流に移動する反砂堆の発生領域を示す。○印は実験値であり、添字はRun NO.を表わす。添字3以下の実験値の E の値は5前後であるかもしくは5以下である。そこで $E=5, N=0.3$ の発生領域を考えると実験値はすべて含まれる。また、 $E=20$ 前後である1・2の点は、 $E=20, N=2$ の発生領域に入る。図4は下流に移動する反砂堆の発生領域を示す。発生領域はフルード数1近傍の狭い範囲であるが、実験値とよい対応を示している。図5は砂堆の発生領域を示す。実験値は E が小さくなるほど波数は大きくなるが、この傾向は理論とよく一致している。

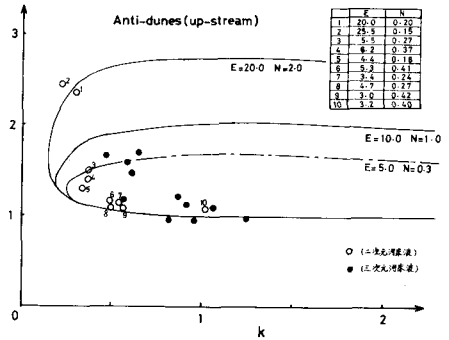


図3 上流に移動する反砂堆の発生領域

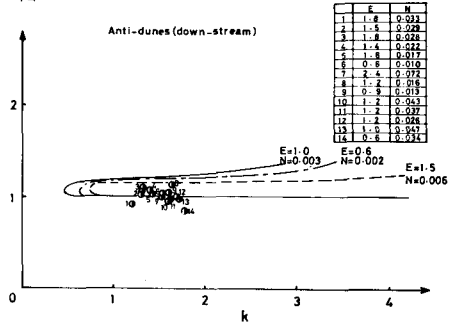


図4 下流に移動する反砂堆の発生領域

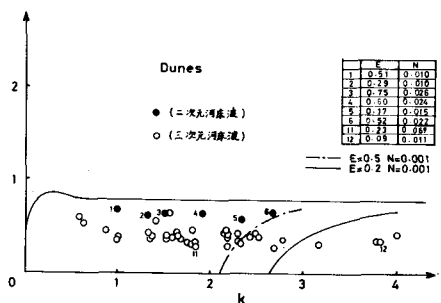


図5 砂堆の発生領域

4. 結 語 河床面と流動層間の境界面を記述する条件を導入することにより、流動層の非平衡性を表わすパラメータ(ϕ, γ)を水理条件と流砂の慣性効果を用いて表現することができた。さらに、この関係式より求めた河床波の発生領域は実験値をよく説明することを示した。

参考文献1) 福岡・福岡・奥津, 「非平衡流動層を考慮に入れたモデルに基づく河床波の発生領域」第34回年講 P181~2