

1. はじめに 沖積地河川における流れの状態は、河床の砂州形態と流路の蛇行形状の両者によって決定されるものと考えられる。後者は、流路の彎曲そのものの流れへの効果よりも、曲りにともなう発生する河床洗掘の効果の面が大きく、砂州と同様に主流の偏りを生み出す。しかし、この河床形状は砂州とは異なり、前進することなく(あるいは、砂州の時間変化に比して、はるかにゆっくりとした変化をとげ)、彎曲の度合い(曲率)に応じた働きをする。したがって、曲率がある程度以上の大きさをもつ蛇行流路では停留性の影響が強まり、砂州の前進をも阻止するようになる。これらの事実に関してはすでに木下¹らの秀れた研究があり、屈曲水路を用いた実験によって、砂州の前進が止まるときの限界角度が提案されている。ここでは、曲率変化と砂州形状がいずれもsine関数で近似されるモデル流路上の流れの解から、砂州の停止の条件を理論的に導くことにする。

2. 砂州をとまう蛇行流路内の流れ 昨年²と同様に、一様幅広矩形断面の蛇行流路を想定し、軸系を図-1(a)のように定める。ただし、S軸および流路中心線の曲率半径 r は平均水深 H_0 で、 n 軸は流路半幅 $B/2$ にて無次元化しておく。また、図-1(b)のように河床および水位の平均標高からの変位を ξ (向上き正)、 η (向下き正)として H_0 で無次元化し、 s 方向流速の平均からの偏倚量を u 、 n 方向流速を v としていずれも平均流速 U_0 で無次元化すると、線形化された運動方程式と連続式は(1)~(3)式となる。ただし、 $F^2 = U_0^2 / gH_0$ 、 $\epsilon = 2H_0/B$ 、 $f =$ まさつ係数。いま、これまでと同様に、 r に対して(4)式、曲りによる洗掘形状 η_p に対して(5)式右辺第1項を与え、砂州形状 η_b に対しては、第2項のように位相のずれと前進性をもたせることにする。ここで、 ω : 砂州の流路形状に対する位相、 C : 前進速度、 t : 時間。砂州波高 a および C は本来 t の関数であるが、平衡時を考えて一定とみなして進むことにする。 u, v, ξ に対する近似解を(6)~(8)式で表わすとMWR法により未知係数 $a \sim d'$ は、(9)~(24)式のように求められる。

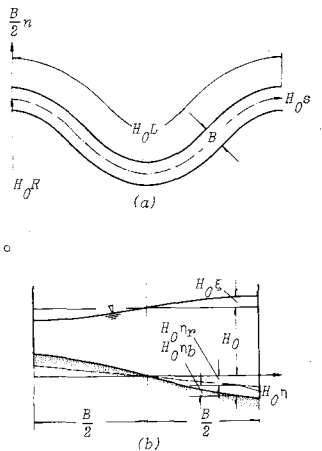


図-1 座標系と記号の定義

3. 流砂量式と流砂連続条件

s および n 軸方向の流砂量を q_s, q_n とし、 q_s の断面平均を $\bar{q}_s$ とすれば、 q_s は(25)式のように近似的に表現できる。ただし、指数 p は自然河川において2~5の値をもつ。一方、河床の横断傾斜が $\epsilon dn/dn$ の斜面における流砂の方向 $\tan \gamma$ は(26)式で与えられる。ここで、 V_ζ は流路曲りによって発生する横断面内の二次流流速の河床における値で、砂州がない場合には η_p と(27)式のような平衡関係を保っていると考えられる。また、 τ_* 、 τ_{*c} は流れの無次元掃流力と限界掃流力、 ϕ は河床砂の動まさつ角である。したがって、 q_n は(28)式にて与えられる。

次に、流砂連続式については、 q_s, q_n を $\bar{q}_s$ で、 t を $H_0^2/\bar{q}_s$ にて無次元化して表示すれば(29)式となる。同式に(5)、(6)、(7)、(25)、(28)の各

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial s} + f(u - \frac{1}{2} \xi + \eta) = 0 \quad (1) \quad \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\epsilon}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial n} + \frac{1}{r} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial \xi}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{\partial \eta}{\partial s} = 0 \quad (3) \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{R} \cos \omega s \quad (4)$$

$$\eta = \frac{A}{\epsilon R} n \cos \omega s + a \sin \frac{\pi}{2} n \cos \omega (s - Ct) \quad (5)$$

$$u = \sin \frac{\pi}{2} n \{ a_1 \sin \omega s + b_1 \cos \omega s + a' \sin \omega (s - Ct) + b' \cos \omega (s - Ct) \} \quad (6)$$

$$v = \cos \frac{\pi}{2} n \{ c_1 \sin \omega s + d_1 \cos \omega s + c' \sin \omega (s - Ct) + d' \cos \omega (s - Ct) \} \quad (7)$$

$$\xi = \sin \frac{\pi}{2} n \{ e_1 \sin \omega s + f_1 \cos \omega s + e' \sin \omega (s - Ct) + f' \cos \omega (s - Ct) \} \quad (8)$$

$$a = \frac{8\epsilon}{R} a_1 \{ F^2 + 2 + \frac{A}{(\pi \epsilon)^2} a_2 \} / \Delta \quad (9) \quad a' = a a_1 a_2 / \Delta \quad (10)$$

$$b = \frac{8\epsilon}{R} \{ \frac{1}{2} b_1 + \frac{A}{(\pi \epsilon)^2} b_2 \} / \Delta \quad (11) \quad b' = a b_2 / \Delta \quad (12)$$

$$c = \frac{8}{\pi^2 \epsilon R} \{ \sigma_1 + A c_2 \} / \Delta \quad (13) \quad c' = a c_2 / \Delta \quad (14)$$

$$d = \frac{8\epsilon}{R} d_1 \{ F^2 + 2 + \frac{A}{(\pi \epsilon)^2} d_2 \} / \Delta \quad (15) \quad d' = a d_1 a_2 / \Delta \quad (16)$$

$$\Delta = \{ 4(F^2 - 1)\omega^2 - (\pi \epsilon)^2 \omega^2 + \{ 6(F\omega)^2 - (\pi \epsilon)^2 \} f^2 \} \quad (17)$$

$$a_1 = -\frac{1}{2} f \omega \{ 4(F\omega)^2 - (\pi \epsilon)^2 \} \quad (18) \quad a_2 = 12\omega^2 + (\pi \epsilon)^2 \quad (19)$$

$$b_1 = 8(F^2 - 1)\omega^4 - 2\{ 3f^2 F^4 + (\pi \epsilon)^2 \omega^2 + (\pi \epsilon f F)^2 \} \quad (20)$$

$$b_2 = 16(F^2 - 1)\omega^6 - 4(\pi \epsilon)^2 \omega^4 - 3(\pi \epsilon f F)^2 \omega^2 + \frac{1}{2} f^2 (\pi \epsilon)^4 \quad (21)$$

$$\sigma_1 = \pi \epsilon \omega \{ 8(F^2 - 1)^2 \omega^4 + 2\{ 3f^2 F^4 - (F^2 - 1)(\pi \epsilon)^2 \} \omega^2 - 3(\pi \epsilon f F)^2 \} \quad (22)$$

式を代入し、 $n/R \ll 1$ として無視した後整理すれば(30)式を得るが、これが s にかわりなく成立するためには、(30)式の $\sin \omega s$, $\cos \omega s$ にかかる係数が常に0となる必要がある。この2条件から $\omega (\sigma + Ct)$ を消去すれば、 C と $1/R$, ω などの関係を表わす1本の式が得られるが、これに対応する式 $\omega (\sigma + Ct)$ が任意の t をとり得ないことになり、 C , a を一定とみる限り矛盾をきたす。

しかし、 $1/R = 0$ の直線の場合には(36) , (37) 式が成立つ場合にのみ(30)式の条件は満たされる。(36)式は ω が ϵ , f , F , τ_* などの関数として定まることを要しており、また(37)式は $C > 0$ ($: Y_2 < 0$, $\Delta > 0$) を示唆している。

4. $C = 0$ となる $1/R$ の条件

さて、本題は、 $C = 0$ となるとき $1/R$ を求めることである。(30)式の条件に $C = 0$ を入れ、2つの項の各係数が0となる条件から $\omega \sigma$ を消去すると(38)式が得られる。一方、このときの $\omega \sigma$ は(38)式を用いて(39)式にて示される。

図-2、3は、それぞれ $p=3$, $A=4$, $a=0.05/\epsilon$ を仮定し、 f , ϵ , F を変えたときの(38) , (39)式の計算結果であるが、 $\tau_*/\tau_* = 0$ とした場合(1)と、 $\tau_*/\tau_* = 1$ とした場合(2)の両方をのせている。ただし、縦軸は、波長/川幅を、横軸は、水深/曲率半径あるいは位相を示すものである。(1)は、粒子に働く斜面重力の影響を無視することと同じであるが、このときの限界曲率は F によっていくぶん変るほか f , ϵ では変らず波長の増加に対してわずかに減少している。また、位相は0となっている。一方、(2)では、限界曲率、位相ともに ϵ , f , F によって大きな違いがでており、前者は(1)とは逆に波長の増加に対して増加する傾向を示している。両図で、破線で示した部分は、 $b_2 < 0$ すなわち彎曲外岸部頂点で u が負になることを示すものであり、波長/川幅が8程度より小さい流路では、流心が内岸側に寄って安定する可能性を表わす。

木下らによって求められた限界角度は、波長とともに減少しており、この点ではむしろ(1)が現象に近いものと考えられるが、しかし、これまでの議論は、砂州の波形がまったく変らないものとしてあつており、この面での限界は明かである。とくに、 $C=0$ となる曲率が波長に関してただ一つの値として固定されるのは、実際現象と矛盾するところであり、ここで得られた限界曲率以上の曲りにおいてもなお $C=0$ が実現するためには、砂州波高が変化するものとしてあつかなければならない。これらに関しては今後の課題としたい。

参考文献 1) 木下・三輪：砂レキ堆が安定する河道の平面形状、土木学会第29回年講概要II-120、昭和49、10 2) 長谷川・山岡：蛇行流路の発達条件に関する解析と実験、同34回年講概要II-96、昭54、10

$$c_g = \pi \epsilon \omega [9(F^2-1)\omega^4 + 2(9/fF)^2 - (\pi \epsilon)^2 \omega^2 - 3(\pi \epsilon f)^2] \quad (23)$$

$$d_f = \pi \epsilon f \omega^2 \quad (24) \quad q_g = \bar{q}_g (1+u)^P = \bar{q}_g (1+pu) \quad (25)$$

$$\tan \gamma = v + V_c/U_0 + \sqrt{\tau_{*c}/\tau_*} \frac{\epsilon \partial \eta / \partial n}{\tan \phi} \quad (26)$$

$$V_c/U_0 + \sqrt{\tau_{*c}/\tau_*} (\epsilon \partial \eta / \partial n) / \tan \phi = 0 \quad (27)$$

$$q_n = q_g \tan \gamma = \bar{q}_g \left\{ v + \sqrt{\tau_{*c}/\tau_*} (\epsilon \partial \eta / \partial n) / \tan \phi \right\} \quad (28)$$

$$\frac{\partial q_g}{\partial s} + \epsilon \frac{\partial}{\partial n} \left\{ (1 + \frac{n}{\epsilon R} \cos \omega s) q_n \right\} = -(1-\lambda) (1 + \frac{n}{\epsilon R} \cos \omega s) \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (29)$$

$$\left[\frac{8}{\pi^2 \epsilon \Delta} \frac{1}{R} (Y_1 + AY_2) + \{ Y_2 + 2(1-\lambda) \frac{\Delta}{\pi \epsilon} \omega C \} \cos \omega (\sigma + Ct) + Y_2 \sin \omega (\sigma + Ct) \right] \sin \omega s + \left[\frac{8}{\pi^2 \epsilon \Delta} \frac{1}{R} Y_2 Y_4 - \{ Y_2 + 2(1-\lambda) \frac{\Delta}{\pi \epsilon} \omega C \} \sin \omega (\sigma + Ct) + Y_2 \cos \omega (\sigma + Ct) \right] \cos \omega s = 0 \quad (30)$$

$$Y_1 = c_1 + \pi \epsilon p u b_1 \quad (31) \quad Y_2 = c_2 + \frac{2P}{\pi \epsilon} \omega b_2 \quad (32)$$

$$Y_3 = (\pi \epsilon)^2 (F^2 + 2) + A a_2 \quad (33) \quad Y_4 = d_1 - \frac{2P}{\pi \epsilon} \omega a_1 \quad (34)$$

$$Y_5 = a_2 Y_4 + \sqrt{\tau_{*c}/\tau_*} \frac{\pi \epsilon}{2 \tan \phi} \Delta \quad (35) \quad Y_6 = 0 \quad (36)$$

$$Y_2 + 2(1-\lambda) \frac{\Delta}{\pi \epsilon} \omega C = 0 \quad (37) \quad \frac{1}{R} = \frac{\pi^2 \epsilon a_1}{8} \left[\frac{Y_2^2 + Y_4^2}{(Y_1 + AY_2)^2 + (Y_3 + Y_4)^2} \right]^{1/2} \quad (38)$$

$$\omega \sigma = \sin^{-1} \frac{Y_2 Y_3 Y_4 - (Y_1 + AY_2) Y_5}{[(Y_2^2 + Y_4^2) \{ (Y_1 + AY_2)^2 + (Y_3 + Y_4)^2 \}]^{1/2}} \quad (39)$$

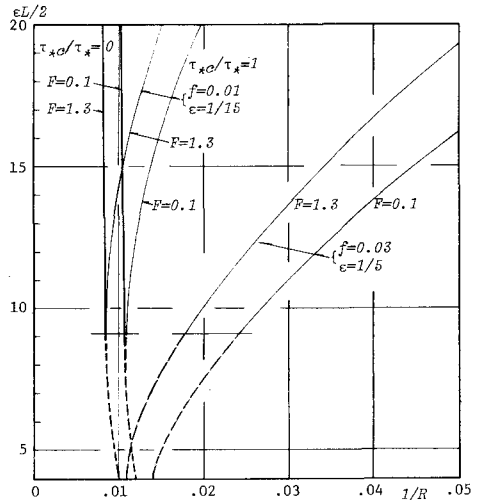


図-2 波長 ~ 限界曲率 の関係

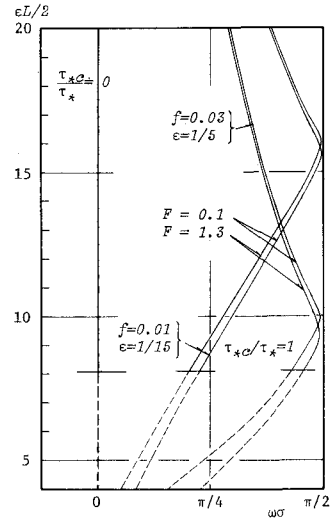


図-3 波長 ~ 位相の関係