

## II-107 有限要素法による表面流出解析とその応用例

○ 中央大学 土木 正員 川原 睦人  
中央大学大学院 学正員 横山 輝行

### 1. 緒言

近年、流れ解析における有限要素法の重要性の認識が年々高まりつつあり、数多くの解析例が発表せられるようになってきている。著者らは、すでに、有限要素法によって表面流出解析が可能であることと指摘し、二、三の応用例を示してきた。このときに①河川と斜面と分離すべきである。②表面摩擦はいかにとるべきか③浸透水はどのように扱うべきかなど”の批判を得た。ここでは、すでに求めた有限要素法の解法とより拡張し、河川と斜面と分離して別々に扱い、河川流量として、流出量を求められるようにしたので、2,3の計算例とともに合わせて報告する。

### 2. 有限要素法

斜面は二次元流れとし、河川は一次元流れとして、次の方程式系により与えられるとする。

#### 斜面

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_i}{\partial t} + (u_i M_i)_j - A_e (M_{i,j} + M_{j,i}) \\ + \frac{1}{2} g \cos \theta \cos \phi h_i^2 - g h_i \theta_i \\ + f u_i \sqrt{(u_i u_i)} - \hat{q}_i = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + M_{i,i} - I \cos \theta \cdot \cos \phi = 0 \quad (2)$$

$$M_i = u_i h, \quad \theta_i = \sin \theta, \quad \theta_z = \sin \phi$$

$$\hat{q}_1 = \frac{1}{2} V I \sin 2\theta \cos \phi, \quad \hat{q}_2 = \frac{1}{2} V I \cos \theta \sin 2\phi$$

ここに、 $u_i$ : 平均流速、 $h$ : 水深、 $g$ : 重力加速度  
 $A_e$ : 渦動粘性係数、 $f$ : 海底摩擦、 $I$ : 降雨強度  
 $V$ : 降雨の最終速度、 $\theta, \phi$ : 流域勾配である。

以上を、三角形有限要素による陽的2段階ラクス-ウィンドロフ有限要素法により離散化した。

### 3. 数値解析例

数値例題として、利根川上流部の草木ダム上流域を計算した。この計算例題の選定理由は、流域の大きさが適当で計算が容易であったためである。斜面を638節、1005要素、河川を93節、92要素に分割し、架空の降雨を考へて、計算を実行した。図1に有限要素分割と図2に計算開始後20時間後の流速分布図を示す。図3は、仮定された降雨と、流出口(沢入)における河川流出量の時間的変化を示す。降雨に対応して、流出の状況が良く計算されていることがわかる。図4は、流出口における流速と水位の変化が示されている。以上により、表面流出の現象を定性的・定量的に良く説明する解析を行うことが可能となった。

#### 河川

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v g) + \frac{g}{2} \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} (D+d)^2 \\ - g (D+d) \sin \theta + f_r v |v| - \hat{r} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial x} - I \cos \theta - w_r = 0 \quad (4)$$

$$g = v (D+d) \quad \hat{r} = \frac{1}{2} V I \sin 2\theta$$

ここに、 $v$ : 平均流速、 $D$ : 河川の初期水深  
 $d$ : 水位変化、 $w_r$ : 横流入量、 $f_r$ : 河川の摩擦係数、 $\theta$ :  $x$ 方向の流域勾配である。

なお、

$$\begin{aligned} A_e = 0.1 \text{ m}^2/\text{min}, \quad f_r = 0.01, \quad f = 0.15 \\ \Delta t = 0.3 \text{ min} \quad \text{として計算した。} \end{aligned}$$

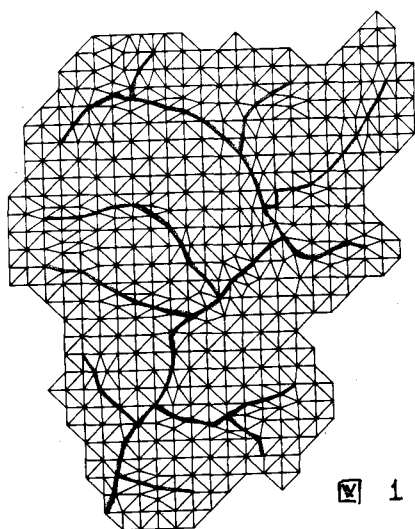


図 1

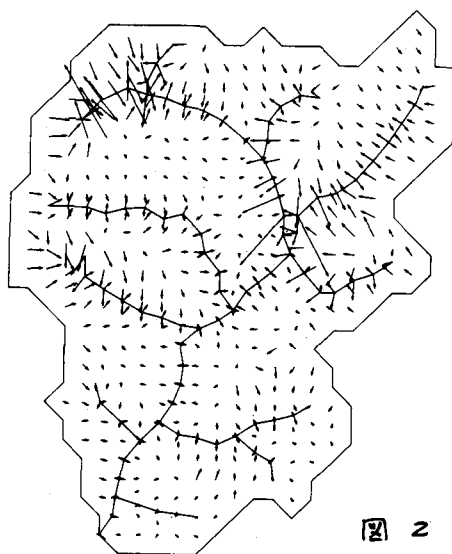


図 2

#### 4. 結 言

表面流出解析は、斜面と河川とを分離して行う有限要素解析法を示した。分水嶺で囲まれる範囲を、三角形要素によって、自由に分割近似することが可能である。また、河川の位置も自由に選ぶことができる。このように、有限要素解析は、きわめて有効な方法であると考えている。

なお、表面摩擦については、数値計算とくり返し、現実の測定結果と良く説明する値を求めることが必要であろう。また、浸透水については、別途、浸透水としての解析を行うことで流れを算定することが可能である。

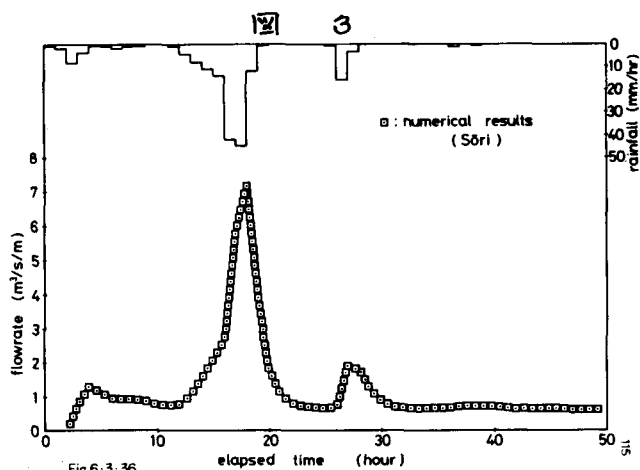


Fig.6-3-36

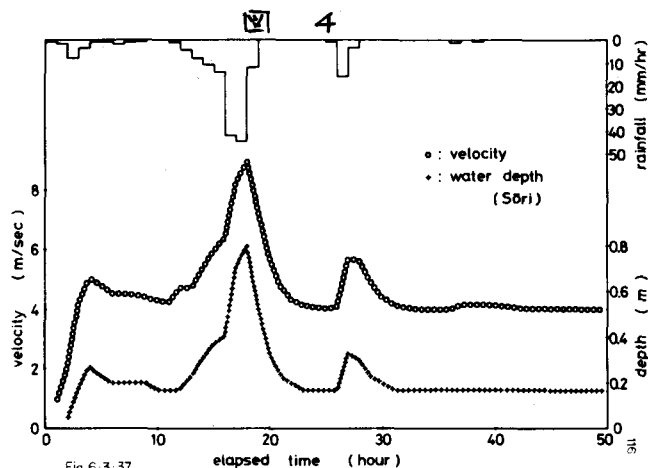


Fig.6-3-37