

北海道大学工学部 学生員 白川信之 同 正 藤田睦博

1.はじめに 降雨～流出現象は、力学的立場から一般に非線形でかつ分布定数系の微分方程式で記述される。一方、集中定数系の流出モデルとしては、二つの表示法が用いられている。一つは積分方程式形で表示する場合(例えばVolterraの積分方程式を用いる)と他は常微分方程式形(例えば貯留関数法)を用いる立場である。分布定数系の流出モデルでは空間の広がりを境界条件を用いて表現できるのに対し、集中定数系のモデルにおいては空間の広がりを積分方程式の核や常微分方程式の係数を通じて間接的にしか表現できない。本研究は、簡単な分布定数系の流出モデルを用いて、これを集中化したときの方程式形について若干の考察をしたものである。

2.基礎式および計算例 図-1に示すような一定勾配の山腹斜面を考えると、連続の式、運動の式はそれぞれ(1), (2)式で与えられる。又、初期条件、境界条件を(3), (4)式に示す。今、(5), (6)式で示される量を用いて、基礎式を無次元化すると(7)～(10)式を得る。(7)式を $X(0 \leq X \leq 1)$ に関して積分して、基礎式を集中化すると(11)式を得る。(11)式の右辺は無次元の貯留量を表わしており、これを $S(T)$ とすると(11)式は(13)式となる。一方、(8)式を変形して X に関して積分すると(14)式を得る。従って、従来用いられて

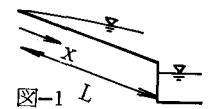


図-1 L

る貯留関数法は、流域内の平均水深を斜面末端の流量で与えるものであるとも理解できる。 R として図-2(a)のような継続時間 T_r の矩形降雨波形の場合には、容易に $H(T, X)$ が計算でき、この結果を(12)式に代入すると直接 $S(T)$ を求めることができる。(15)式にこの結果を示す。一方、Prasadは、貯留方程式として(16)式を提案している。(15)式をPrasad流の式に改めると(17)式となる。(16), (17)式の各係数を比較すると $n=1/m$, K_1 は m だけの関数、 K_2 は降雨強度と m の関数となり一定値として扱うことができない。図-3は、図-2(b)に示す三角降雨波形を用いた計算例である。降雨波形、継続時間により $S \sim Q$ 曲線は異なっているが、その傾きは $1/m$ 乗に比例していることがわかる。

ここでは、 $S \sim Q$ 曲線として(18)式を提案するものである。 K_1, K_2, m, n は必ずしも定数として扱うものではないが、現在のところ、計算例も少なく、とりあえずその関数形として矩形降雨波形の結果を参照して(18)式を(19)式のように変形して用いるものとする。図-4は、三角降雨波形($T_r=2$)に関して(19)式の K_2, n と m の関係を図示したものである。これらの結果を

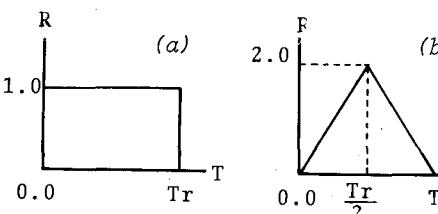


図-2 採用した降雨波形

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad \dots (1) \quad q = \alpha h^m \quad \dots (2)$$

h : 水深 q : 単位幅流量 r : 有効雨量 α, m : 流域定数

$$h(0, x) = 0 \quad \dots (3) \quad h(t, 0) = 0 \quad \dots (4)$$

$$x = x_* X \quad x_* = L \text{ (斜面長)}$$

$$t = t_* T \quad t_* = \bar{T} \text{ (平均降雨強度)}$$

$$h = h_* H \quad \dots (5) \quad t_* = (L^{1-m}/\alpha)^{1/m} \quad \dots (6)$$

$$r = r_* R \quad \text{(到達時間)}$$

$$q = q_* Q \quad h_* = t_* r_* \quad q_* = \alpha h_*^m$$

$$X, T, H, R, Q : \text{無次元量}$$

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial Q}{\partial X} = R \quad \dots (7) \quad Q = H^m \quad \dots (8)$$

$$(0 \leq X \leq 1)$$

$$H(0, X) = 0 \quad \dots (9) \quad H(T, 0) = 0 \quad \dots (10)$$

$$\int_0^1 R dX - Q(T, 1) = d/dT \int_0^1 H(T, X) dX \quad \dots (11)$$

$$\int_0^1 H(T, X) dX = S(T) \quad \dots (12)$$

$$\int_0^1 R dX - Q(T, 1) = dS(T)/dT \quad \dots (13)$$

$$S(T) = \int_0^1 H(T, X) dX = \int_0^1 Q(T, X)^{1/m} dX = f(Q(T, 1)) \quad \dots (14)$$

$$S(T) = \begin{cases} Q^{1/m} - \{1/(m+1)R\}Q^{(m+1)/m} & (0 \leq T < T_c) \\ \{m/(m+1)R\}Q^{(m+1)/m} & (T_c \leq T \leq T_r) \end{cases} \quad \dots (15)$$

$$S(T) = \begin{cases} \{(m-1)/m\}Q^{1/m} + \{1/m(m+1)R\}Q^{(m+1)/m} & (T \geq T_r) \end{cases} \quad \dots (16)$$

$$S = K_1 Q^n + K_2 dQ/dT \quad \dots (17)$$

$$S(T) = \begin{cases} Q^{1/m} - \{1/m(m+1)R^2\}Q^{2/m}dQ/dT & (0 \leq T < T_c) \\ \{(m-1)/m\}Q^{1/m} - \left\{ \left[R(m+1) + Q \right] / (m^3(m+1)R^2) \right\} Q^{(2-m)/m}dQ/dT & (T \geq T_r) \end{cases} \quad \dots (18)$$

(20) 式に示す。又、図-5は、三角降雨波形($T_r = 4$)について、 m の値を種々変えて、分布流出モデルである(7), (8)式と集中流出モデルである(13), (19), (20)式の計算例を示したものである。両者の計算例ではピーク流量が約10%異なっているが、ほぼ一致した結果を得ている。

3. むすび 図-4より明らかなように、降雨波形の違いによって、 K_2, n_2 は、異なった値をとるがその値と m との間には、一定の傾向が認められる。尚、 K_2 については、(15)式に示されるように降雨強度 R にも関係しており、今後さらに検討を要するものと思われる。今回は、三角降雨波形の継続時間の大小による集中化の相異について検討したが、任意の降雨波形についても、今後検討する予定である。

参考文献

- 1) Ramanand Prasad : A Nonlinear Hydrologic System Response Model, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 1967

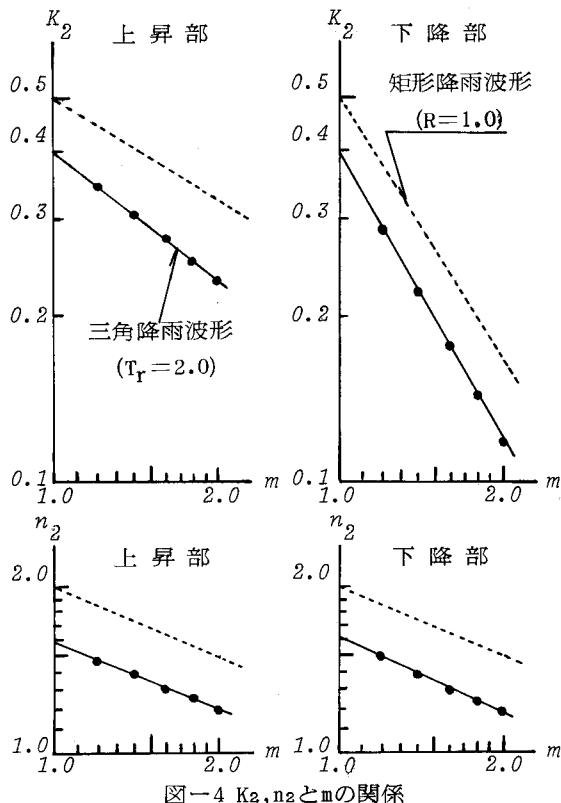


図-4 K_2, n_2 と m の関係

$$S = K_1 Q^{m1} + K_2 Q^{n2} \quad \dots \dots (18)$$

ハイドログラフの
上昇部 $S = Q^{1/m} - K_2 Q^{n2}$ $\dots \dots (19)$

下降部 $S = ((m-1)/m)Q^{1/m} + K_2 Q^{n2}$ $\dots \dots (20)$

上昇部 $K_2 = 0.3944m^{-0.7595}$

$n_2 = 1.5793m^{-0.4014}$ $\dots \dots (20)$

下降部 $K_2 = 0.3926m^{-1.7219}$

$n_2 = 1.6240m^{-0.4657}$

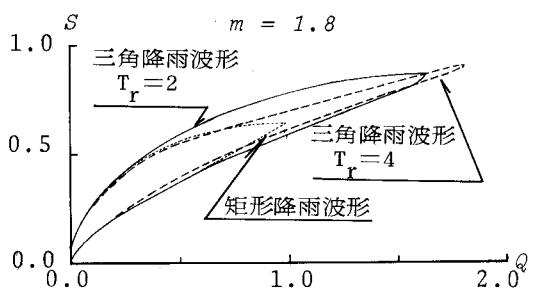
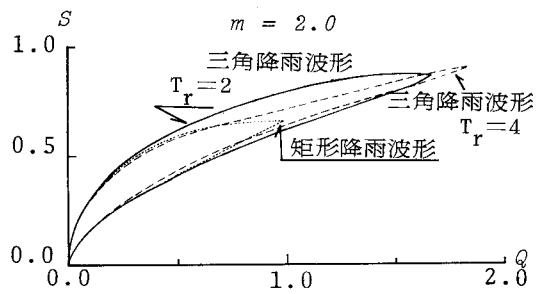
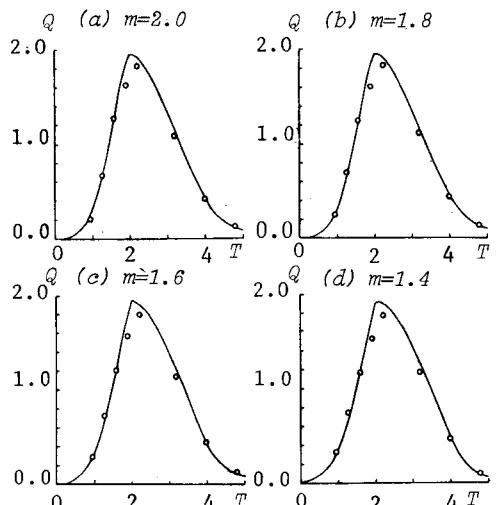


図-3 $S \sim Q$ 曲線



— (13), (19), (20) 式による計算値
○ (7), (8) 式 (Distributed Model)
図-5 数値計算例